

نظام إسقاط جديد مقترح لخرائط المملكة العربية السعودية

حسن محمد بيلاني وعبدالله القرني

قسم الهندسة المدنية، كلية الهندسة، جامعة الملك سعود

ص.ب ٨٠٠، الرياض ١١٤٢١، المملكة العربية السعودية

(قدم للنشر في ١٢/١٠/٢٠١٠م، وقبل للنشر في ٣/١/٢٠١١م)

الكلمات المفتاحية: إسقاط، خرائط السعودية

ملخص البحث. إن تمثيل سطح الأرض على مستو يعتبر من أهم مسائل علم الجيوديزيا. وعملية الإسقاط لا يمكن أن تتم بدون تشوهات في المساحات والزوايا والأطوال. إلا أنه يمكن فرض بعض الشروط على التوابع التحليلية للإسقاط، وذلك من أجل الحصول على إسقاطات مطابقة أو متساوية المساحات أو متساوية المسافات حسب اتجاه ما. وهناك دراسة سميت بنظرية الإسقاطات المركبة، التي تعتمد على إيجاد إسقاطات جديدة، باستخدام علاقات مركبة من معادلات الإسقاطات التقليدية. هذه النظرية فتحت باباً جديداً في طرق إيجاد إسقاطات بتشوهات قليلة، أكثر ملاءمة لشكل حدود المنطقة. وبذلك يمكن الحصول على خرائط ومخططات دقيقة للمملكة أو لأي منطقة، وإجراء قياسات كارتومترية فيها دون اعتبار تصحيحات التشوهات.

الإسقاطات الأكثر استخداماً في خرائط المملكة هي: الإسقاط المخروطي المطابق (لامبير) وإسقاط ميركاتور المعترض U.T.M. هذه الإسقاطات هي إسقاطات تقليدية، لم يجر عليها أي دراسة أو تحليل أو تطوير. القسم الأول من هذه الدراسة تحتوي على تحليل عام للإسقاطات المستخدمة في خرائط المملكة، وبيان سلبياتها وضرورة تطويرها، أو إيجاد البديل لها في ضوء إسهامات تقنية الحاسوب في هذا المجال من العلوم.

في القسم الثاني تم تطبيق نظرية التركيب الخطي للإسقاطات المطابقة. حيث بدأنا أولاً بعملية إسقاط مطابق للإهليلج على الكرة. ومن ثم دراسة دمج إسقاطين للكرة على المستوي. الإسقاط المركب الأول هو دمج خطي لكل من إسقاط ميركاتور المائل والإسقاط الستيريوغرافي المائل. بينما الإسقاط المركب الثاني هو دمج خطي لإسقاط لامبير المائل والإسقاط الستيريوغرافي المائل.

وتم بنتيجة هذا البحث الحصول على إسقاطات أكثر ملاءمة لشكل حدود منطقة شبه الجزيرة العربية من الإسقاطات المستخدمة، حيث تم اختزال نسبة التشوه الخطي بمقدار يصل إلى ٧٢٪ عما كان عليه في الإسقاط المطابق المستخدم حالياً في المملكة (إسقاط لامبير).

بعض الشروط على التابعين f_1 , f_2 للحصول على مسقط ذي تشوهات معينة دون أخرى.

إن أكثر أنواع الإسقاطات استخداماً هي التي يحافظ فيها على الزوايا بدون تشوهات، أي أن تشوه عنصر خطي فيها مستقل عن اتجاهه. تسمى هذه الإسقاطات بالإسقاطات المطابقة (Conformal)، والتي لاقت استخداماً واسعاً في المجالات العسكرية والملاحة الجوية والبحرية والمسح العقاري. إن الشروط الواجب تحقيقها في التابعين f_1 , f_2 ليكون الإسقاط مطابقاً تسمى شروط (كوشي - ريمان)، وتعطى بالعلاقات التالية (بالنسبة لسطح الكرة) (بيلاني، ١٩٩٦م):

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial \lambda} &= +\cos\varphi \frac{\partial y}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial y}{\partial \lambda} &= -\cos\varphi \frac{\partial x}{\partial \varphi} \end{aligned} \quad (2)$$

في خرائط المملكة العربية السعودية يستخدم نوعان من أنظمة الإسقاط المطابق وهي: المخروطي لامبرت (Lambert) وميركاتور المستعرض العالمي (U.T.M).

(١) مقدمة

بشكل عام يمكن تعريف الإسقاط بأنه إيجاد علاقة وحيدة التعيين، بين نقاط سطح الإهليلج (الكرة)، المنسوبة إلى نقطة ما من سطحه بالتعيين (φ, λ) ، ونقاط المستوي، المنسوبة إلى نقطة ما منه بالتعيين (x, y) ، الذي يمثل المسقط. ويمكن التعبير عن هذه العلاقة بالشكل التالي:

$$x=f_1(\varphi, \lambda), y=f_2(\varphi, \lambda) \quad (1)$$

من العلاقة (1) واضح بأن عدد الإسقاطات لا نهائي. إن عملية إسقاط سطح الإهليلج على سطح أسطوانة أو مخروط، هي عملية انتقال بين سطحين رياضيين، يمكن التعبير عنهما بعلاقات تحليلية. إلا أن ذلك لا يعني أن عملية الإسقاط ستعطي تمثيلاً واقعياً لسطح الأرض، ولكننا سنحصل على تشوهات في المسقط. هذه التشوهات بشكل عام ستكون في الأطوال والمساحات والزوايا. إلا أنه يمكن فرض

انطلاقاً من مفهوم هذه النظرية فإن أفضل نظام إسقاط، هو النظام الذي تحاكي فيه الخطوط الإيزومترية (خطوط تساوي التشوهات) حدود المنطقة المدروسة. وبشكل عام نقول إنه كلما اقترب شكل الخط الإيزومتري من شكل الحدود كان نظام الإسقاط أفضل، وعملياً يمكن القول إنه لا يمكن التوصل إلى حالة الانطباق التام بين حدود المنطقة والخط الإيزومتري، ولكن يمكن السعي لجعل هذا الخط قريباً بشكله من شكل الحدود.

فيما بعد اقترحت فكرة نظام الإسقاط المركب (Combined Projection) بشكل مبسط، وهو دمج إحداثيات نظامي إسقاط بسيطين بغية الحصول على أشكال مختلفة لمسقط شبكة الإحداثيات (φ, λ) . ولم تتعرض هذه الفكرة لبحث وتطوير.

وفي بحث جديد تم تطوير هذه الفكرة باستنباط علمي، بحيث أخذت طابع نظرية معممة لتركيب نظم الإسقاط (جزماتي، ١٩٩٥). وتم التوصل إلى نتائج هامة، وهي: إنه ليس من الضروري البحث عن نظام إسقاط مطابق جديد، بمحاولة إيجاد شكل جديد للمعادلات الرياضية، بل يمكن البحث عن النظام الجديد، بعملية تركيب لمعادلات الأنظمة المطابقة المعروفة. بالإضافة لذلك تم في هذه النظرية استنباط

هذه الأنظمة قديمة وتحتاج إلى دراسة تحليلية ومن ثم تطوير. كما أنه عند اختيار نظام إسقاط ما، يؤخذ بعين الاعتبار الغاية من الخريطة أو موضوع الخريطة، أي طبيعة المسائل التي ستحل باستخدام هذه الخريطة، أو الدقة المطلوبة من الخريطة. بالإضافة إلى شكل وامتداد المنطقة.

إن توخي البساطة في المعادلات التي تعرف الإسقاط، على حساب التشوهات الخطية الكبيرة، أصبح أمراً غير مبرر في عصر انتشار الحواسيب، ومع إمكانية إيجاد الحلول باستخدام طرق الرياضيات العددية. وكثير من الدول تستخدم نظم إسقاط تقليدية في خرائطها، بسبب اعتمادها على علاقات رياضية سهلة نسبياً، أو على جداول تتناسب مع عصر ما قبل الحاسوب.

(١, ١) أدبيات البحث

هناك نظرية مفادها، بأن أفضل نظام إسقاط مطابق (Conformal Projection) لمنطقة معينة، هو نظام الإسقاط الذي يتم فيه المحافظة على قيمة ثابتة للمقياس الخطي (Local Scale) أو لعامل المقياس (Scale factor)، في جميع نقاط حدود المنطقة. النظرية قدمها تشيبشيف (Tchibichev) في عام ١٨٥٣م، وبرهن عليها تحليلياً غرافي (Gravi) في عام ١٨٩٤م (بوكايفسكي، ١٩٩٢).

تتعامل مع خرائط رقمية دقيقة دون النظر لصعوبة الحسابات مع وجود الحاسوب.

(١, ٣) أهداف البحث

يهدف هذا العمل إلى دراسة إمكانية وضع نظام إسقاط جديد، يستند إلى أحدث النظريات في هذا المجال، لبناء خريطة دقيقة للمنطقة.

(١, ٤) منهجية البحث

في هذا العمل سيتم استعراض وتحليل لنظم الإسقاط المستخدمة في المملكة العربية السعودية، ومن ثم دراسة إمكانية وضع نظام إسقاط جديد بطريقة التركيب الخطي وإجراء دراسة مقارنة للنتائج.

(١, ٥) حدود البحث

- البحث عن نظام إسقاط مطابق جديد بتركيب خطي للإسقاط الستيريوغرافي مع الإسقاط الأسطواني المطابق المائل.
- البحث عن نظام إسقاط مطابق جديد بتركيب خطي للإسقاط الستيريوغرافي مع الإسقاط المخروطي المطابق المائل.
- المنطقة المعنية بالدراسة هي منطقة شبه الجزيرة العربية وليس المملكة فقط.

(١, ٦) فروض البحث

- البحث عن نظام إسقاط مطابق جديد لخرائط المملكة بتركيب خطي للإسقاط الستيريوغرافي مع

علاقة لحساب المقياس الخطي وتقارب خطوط الطول (Convergence of meridian)، والتي على أساسها يمكن مقارنة وتقييم الأنظمة المطابقة الناتجة، وأنه يمكن تركيب نظام إسقاط مطابق، من عدة أنظمة باستخدام أي تابع خطي. وهذه نتيجة معممة يمكن اشتقاق أي حالة خاصة منها تبعاً لنوع الأنظمة وعددها وشكل التابع الخطي. وانطلاقاً من منهجية هذه الطريقة، يمكن البحث عن أي نظام إسقاط سعياً لتحقيق نظرية (Gravi-Tchibichev).

لكن الإسقاطات المركبة تؤدي إلى معادلات معقدة، وتتطلب عمليات التحويل العكسي من المستوي إلى الكرة، ثم إلى الإهليلج، وهذا يتطلب اللجوء إلى الرياضيات العددية مع عمليات التقريب المتتالي للوصول إلى الإحداثيات الجغرافية على الإهليلج، انطلاقاً من الإحداثيات المستوية. إلا أن استخدام القوانين المعقدة واللجوء إلى طرق عددية لإيجاد النتائج لا يشكل في الوقت الحاضر أي عائق، إذا استعنا بالحاسوب لتنفيذ العمليات الحسابية.

(١, ٢) أهمية البحث

تأتي أهمية هذا البحث من ضرورة توفر خرائط دقيقة، مبنية على أساس اختيار أمثل لنظام الإسقاط، الذي يتناسب مع شكل وامتداد منطقة شبه الجزيرة العربية، وتلبي احتياج نظم المعلومات الجغرافية التي

٢- إسقاط ميركاتور المعترض: U.T.M.

هذه الإسقاطات هي إسقاطات تقليدية، لم يجر عليها أي دراسة أو تحليل أو تطوير، وتم اعتمادها على أساس أنها إسقاطات معروفة مستخدمة في دول أخرى، ولم تؤخذ بعين الاعتبار الغاية من الخريطة أو موضوع الخريطة، أي طبيعة المسائل التي ستحل باستخدام هذه الخريطة.

(١, ٢) الإسقاط المخروطي المطابق (لامبير)

(١, ٢, ١) إشكاليات الإسقاط

تم اعتماد هذا الإسقاط دون لحظ وجود استتالة نسبية في منطقة شبه الجزيرة العربية، اتجاهها جنوب شرق - شمال غرب (الشكل رقم ١).

الإسقاط الأسطواني المطابق المائل سيعطي قيم

تشوهات أقل مما هي عليه في كل نظام على حده.

- البحث عن نظام إسقاط مطابق جديد لخرائط المملكة بتركيب خطي للإسقاط الستيريوغرافي مع الإسقاط المخروطي المطابق المائل سيعطي قيم تشوهات أقل مما هي عليه في كل نظام على حده.
- باعتبار شكل وامتداد حدود المملكة فإن الخيار الثاني سيكون أفضل.

(٢) تحليل عام للإسقاطات المستخدمة في المملكة

الإسقاطات الأكثر استخداماً في خرائط المملكة هي:

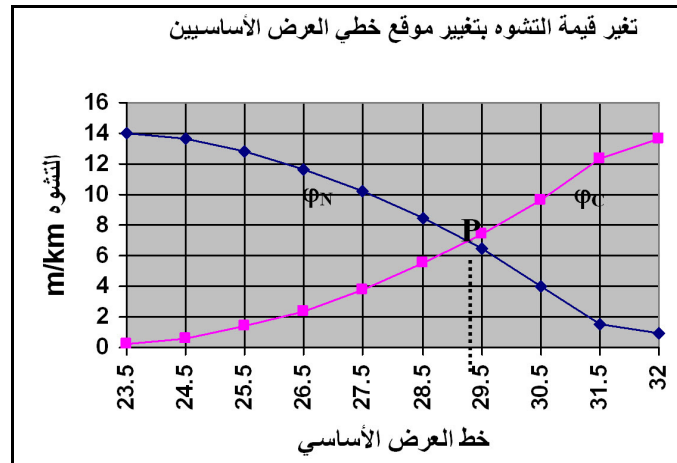
١- الإسقاط المخروطي المطابق (لامبيرت).



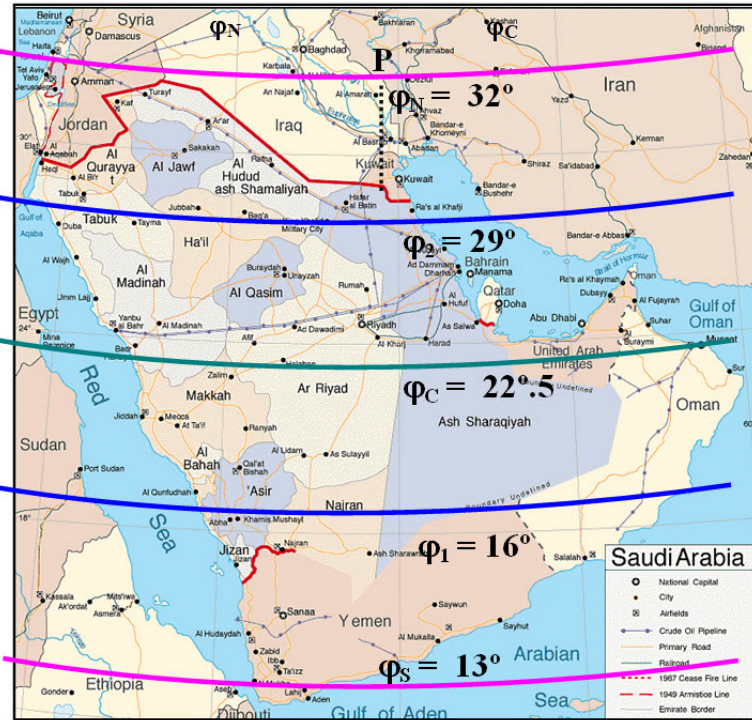
الشكل رقم (١). الامتداد العام لمنطقة شبه الجزيرة العربية.

سنلاحظ أن قيم n عند الخط الأوسط ستبدأ بالازدياد بالقيمة المطلقة، وبالتناقص عند خط العرض الشمالي (أو الجنوبي). والمنحنيات في الشكل رقم (٢) توضح هذه التجربة. إن الاختيار الأفضل لموقع خطي العرض الأساسيين ϕ_1 و ϕ_2 هو عندما تتساوى التشوهات بالقيمة المطلقة بين شمال ووسط وجنوب، أي أن توزيع التشوهات متجانس، وهذا يتحقق بالشكل رقم (٢) عند النقطة P ، ويوافق اختيار $\phi_1 = 16^\circ$ و $\phi_2 = 29^\circ$ (الشكل رقم ٣). ويظهر الفرق واضحاً بين هذه القيم، التي تعتبر أفضل حل لإسقاط لامبير، والقيم المعتمدة في خرائط المملكة.

(٢, ١, ٢) تعديل الإسقاط المخروطي (لامبير)
إن أفضل وضعية لخطي العرض الأساسيين يمكن استنتاجها تحليلياً، وهذا سيؤدي لمعادلات معقدة، أو تجريبياً بالمنحنيات وهو الأفضل. مبدأ الحل هو باعتماد خطي عرض أساسيين ϕ_1 و ϕ_2 يبعدان بعداً متساوياً عن خط العرض الوسط ϕ_C بمقدار درجة واحدة. ثم نحسب قيمة المقياس الخطي n عند خط العرض الأوسط ϕ_C وعند خط العرض الشمالي ϕ_N (أو الجنوبي ϕ_S). بالطبع ستكون التشوهات مختلفة بالإشارة وأيضاً بالقيمة المطلقة. ثم نبدأ بزيادة بعد الخطين الأساسيين درجة فدرجة ونحسب بكل مرة قيم n في النقاط المذكورة. عندها



الشكل رقم (٢). تغير التشوه في وسط وشمال المنطقة بتغيير قيمة ϕ_2 .



الشكل رقم (٣). خطوط العرض الأساسية في المنطقة.

خط الطول الأوسط في كل منها على مسافة $\Delta\lambda = 3^\circ$. ولكن بالمقابل لم تغطي المملكة بإسقاط واحد، وهذا يؤدي إلى أن الإسقاطات هذه تصلح للخرائط الطبوغرافية فقط، أي التي تغطي مناطق صغيرة نسبياً. ومن ناحية أخرى هناك مشكلة تمثيل منطقة واقعة على طرفي قطاعين متجاورين، علماً أن هناك منطقة تغطية في هذه الإسقاطات قدرها 15' وهي قيمه بشكل عام لا تحل الإشكال المذكور أعلاه. ولا بد من إجراء حسابات إضافية لنسب كل نقطة تقع خارج القطاع إلى جملة إحداثياته. وبالطبع، هنا ستبدأ

(٢, ٢) إشكاليات إسقاط U.T.M

(٢, ٢, ١) الانفصال في الإسقاط

تم اعتماد إسقاط UTM من كونه إسقاطاً عالمياً وضعت له جداول موحدة من أجل كل قطاعات سطح الأرض. وبالتالي فإن هذا الإسقاط استمد صفة العالمية من قياسية جداوله التي يمكن تطبيقها لكافة القطاعات. وهذا الاعتبار لم يعد له أهمية الآن بوجود الحاسوب.

إلا أن هذا يعني الحصول على عدة إسقاطات متشابهة ذات تشوهات قليلة بالطبع لأن أبعد نقطة عن

تطبيق الشرطين في هذه الحالة سيكون أقل، أي أن الإسقاط سيكون أكثر مطابقةً. إذًا، يجب أخذ العدد الكافي من حدود متتالية تايلور للحصول على الدقة، التي يمكن وفقها اعتبار الإسقاط عملياً مطابقاً؛ لأن الإسقاط نظرياً لا يمكن أن يكون مطابقاً. تدل الحسابات على أن اعتبار 7-8/ حدود كافياً للحصول على إسقاط مطابق عملياً. إن تطبيق هذه العلاقات وبهذه الكمية من الحدود كان أمراً شاقاً وذلك قبل ظهور الحاسوب.

يبين التحليل العام لنظم الإسقاط المعمول بها في المملكة، أن هناك ناحية أو أكثر في كل نظام إسقاط، يجب إعادة النظر فيها، ذلك لأنها لا تنسجم مع متطلبات الخريطة الحديثة من حيث دقة التمثيل. بعبارة أخرى، تبرز ضرورة البحث عن نظام إسقاط جديد، انطلاقاً من أسس ثابتة، منها شكل وامتداد المنطقة وموضوع الخريطة والغاية منها.

(٣) اعتبارات هندسية

نأتي الآن إلى اعتبارات هندسية هامة يجب أن تؤخذ بعين الاعتبار عند اختيار الإسقاط المناسب.

(١, ٣) الدقة التمييزية للخريطة

من المعروف أن الخطأ الترسيمي يساوي (0.3 mm) وهذا يعطي على الواقع (0.3/S mm)، حيث S يمثل

قيم الشوهات بالتزايد كلما ابتعدت النقطة عن خط الطول الأوسط، وبالتالي يبدأ تمدد القطاع ويضيع مبدأ الإسقاط أصلاً.

(٢, ٢, ٢) المطابقة (بوكايفسكي، ١٩٩٢)

في إسقاط U.T.M. تعطى الإحداثيات التريعية بعلاقات من منشور تايلور. فإذا أخذنا الحدود التالية:

$$\left. \begin{aligned} X &= \lambda \frac{df(q)}{dq} - \frac{\lambda^3}{6} \frac{d^3 f(q)}{dq^3} + \frac{\lambda^5}{120} \frac{d^5 f(q)}{dq^5} \\ Y &= f(q) - \frac{\lambda^2}{2} \frac{d^2 f(q)}{dq^2} + \frac{\lambda^4}{24} \frac{d^4 f(q)}{dq^4} \end{aligned} \right\} (3)$$

حيث f(q) التابع الذي يعطي طول مسقط خط الطول الأوسط بالنسبة للإحداثي الايزومري q. ثم بعد ذلك اختبرنا تحقق شروط المطابقة (شروط كوشي - ريمان) وهي:

$$\frac{\partial Y}{\partial \lambda} = -\frac{r}{M} \frac{\partial X}{\partial q} \quad \frac{\partial X}{\partial \lambda} = \frac{r}{M} \frac{\partial Y}{\partial q} \quad (4)$$

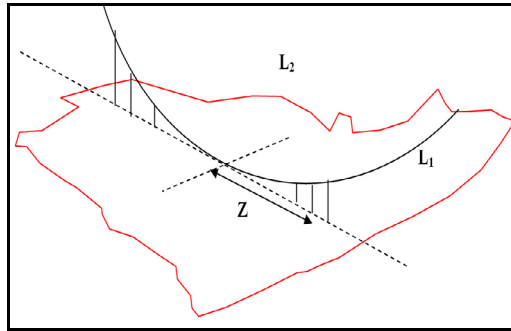
حيث M و r أنصاف أقطار خطي الطول والعرض، نجد أنه لن يتحقق كلا الشرطين بل الثاني فقط. وهذا واضح باشتقاق العلاقاتين (3)، حيث سيبقى الحد الحاوي على λ . وبذلك نقول إن هذا الإسقاط مطابق تقريباً. الآن إذا أضفنا حداً رابعاً في كلتا العلاقاتين (3) من متتالية تايلور، لوجدنا أن الشرط الأول من شروط (كوشي - ريمان) سيتحقق. بينما الثاني لا يعود محققاً، ولكن الفرق في

هذه الحالة نحن بحاجة إلى إسقاط دقيق لمخططات المدن والمناطق الهامة.

(٢, ٣) مركز الإسقاط

قيم التشوه كتاب رياضي تتزايد بالابتعاد عن مركز الإسقاط. ويأخذ قيمة حدية صغرى واحدة عند مركز الإسقاط والتي تساوي الصفر أحياناً. ومن المعروف أن أي تابع رياضي يتغير ببطء بجوار القيمة الحدية له. من هذا المنطلق يجب السعي لجعل نقطة القيمة الحدية في مركز المنطقة المدروسة بحيث يكون جوارها هو امتداد المنطقة، وبالتالي التشوهات تتغير ببطء كما يبين الشكل رقم (٤). (Z: المسافة السميتية عن مركز الإسقاط).

قيمة مقياس الخريطة. وبالتالي فإن أكبر قيمة للتشوه (v) في الإسقاط ضمن حدود المنطقة دائماً يجب أن تحقق الشرط $v \leq 0.3/S$ (التشوه الطولي v يعتبر من أجل 1 km). فمن ناحية أولى يجب ألا يتجاوز التشوه v القيمة 0.3/S، ومن ناحية أخرى لا فائدة من البحث عن إسقاط جديد عندما تكون v أصغر من هذه القيمة. إذاً، حسب هذا المعيار يتم البحث عن إسقاط مناسب من أجل أي منطقة وبأي مقياس كان. بالنسبة لمنطقة الجزيرة العربية وباعتبار أن امتدادها كبير نسبياً فإن الخطأ الترسيمي قد لا يغطي القيم العظمى للتشوهات في الإسقاطات المستخدمة، وخاصة المخططات، ففي



الشكل رقم (٤). طبيعة توزيع التشوهات حسب الاتجاه.

إسقاط المنطقة المدروسة، وهذا التوزيع يتعلق بعلاقات الإسقاط. وبالحالة العامة يمكن ملاحظة أنه في كل اتجاه هناك منحنى يعبر عن توزيع التشوهات. في الشكل رقم (٤) المنحنى L2 يمثل توزيع التشوهات بالاتجاه العرضي (هذه المنحنيات متطابقة فقط في

(٣, ٣) نوع الإسقاط

ليس بالضرورة أن يكون المنحنى L1 المبين بالشكل رقم (٤)، هو الشكل الوحيد المعبر عن توزيع التشوهات في الإسقاط الواحد وبكافة الاتجاهات. فكما هو معلوم تتوزع التشوهات على كامل سطح

الحصول على أشكال مختلفة لشبكة الإحداثيات (φ, λ) في المسقط. ولم تتعرض هذه الفكرة لبحث وتطوير، حتى عام ١٩٩٥م حيث تم تطوير هذه الفكرة، بحيث أخذت طابع نظرية معممة لتركيب الإسقاطات. وتم التوصل إلى نتائج هامة وهي أنه ليس من الضروري البحث عن إسقاط مطابق جديد، بمحاولة إيجاد شكل جديد للتابعين f_1, f_2 في العلاقة (1)، بل يمكن البحث عن الإسقاط الجديد باستخدام معادلات الإسقاطات المطابقة المعروفة. بالإضافة لذلك تم استنباط علاقة لحساب المقياس المحلي وتقارب خطوط الطول، والتي على أساسها يمكن مقارنة وتقييم الإسقاطات المطابقة الناتجة.

فلو اعتبرنا الإسقاط التالي:

$$\left. \begin{aligned} X^* &= F_1(X_1, X_2, \dots, X_n) \\ Y^* &= F_2(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

حيث X_i, Y_i إحداثيات الإسقاط i المطابق. وأن:

$$\left. \begin{aligned} X_i &= X_i(\varphi, \lambda) \\ Y_i &= Y_i(\varphi, \lambda) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

فإذا اعتبرنا أن التابعين F_1, F_2 خطيان، فإن الإسقاط

المركب (5) سيكون مطابقاً. والبرهان كالآتي:

$$\left. \begin{aligned} X^* &= \sum k_i X_i \\ Y^* &= \sum k_i Y_i \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

حيث k_i ثوابت.

الإسقاط السمطي). وبالتالي يمكن تصور ما يسمى بسطح التشوهات. تقع هذا السطح بجهة واحدة، ولكنه يختلف بالقيمة من نقطة لأخرى ومن اتجاه لآخر. فإذا اعتبرنا أن الاختلاف الأساسي هو حسب الاتجاه، فهناك إذاً تقع حدي أصغري. وهذا يعني بالمفهوم الجيوديزي أن توزيع التشوهات سيكون أفضل. إذاً، نسعى لجعل هذا التقعر ينطبق مع الامتداد الأعظم للمنطقة المدروسة. فإذا اعتبرنا أسطوانة تمس سطح الكرة، ففي الاتجاه العمودي على خط التماس تتوزع التشوهات في إسقاط ميركاتور مثلاً حسب منحني معطى بالعلاقة $(v=1-\sec z)$ ، حيث z المسافة السمطية عن خط التماس. أما باتجاه خط التماس فالتشوهات ثابتة أي تتوزع حسب مستقيم، وبالتالي التقعر الأصغري هو باتجاه خط التماس. وعليه نجعل الأسطوانة ماسة للكرة حسب الامتداد الأعظم للمنطقة المدروسة. هذه الناحية لم تؤخذ بعين الاعتبار عند اختيار الإسقاط المخروطي القائم لمنطقة الجزيرة العربية، فمن الواضح أن الإسقاطات المائلة أكثر ملاءمة.

(٤) الإسقاطات المركبة (جزماتي، ١٩٩٥)

إن فكرة الإسقاط المركب اقترحت قديماً بشكل مبسط، وهو دمج إحداثيات إسقاطين بسيطين، بغية

المشتقات الجزئية لـ X و Y بالنسبة لـ φ و λ :
استناداً للعلاقة (10) يمكن اختيار e أو g حسب سهولة الحساب.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial X^*}{\partial \varphi} &= \sum_I^n k_i \frac{\partial X_i}{\partial \varphi}, & \frac{\partial X^*}{\partial \lambda} &= \sum_I^n k_i \frac{\partial X_i}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial Y^*}{\partial \varphi} &= \sum_I^n k_i \frac{\partial Y_i}{\partial \varphi}, & \frac{\partial Y^*}{\partial \lambda} &= \sum_I^n k_i \frac{\partial Y_i}{\partial \lambda} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

وباعتبار X_i و Y_i إسقاطات مطابقة فرضاً فهي تحقق

علاقات كوشي-ريمان (4) أي:

$$\frac{\partial X_i}{\partial \lambda} = +\cos \varphi \frac{\partial Y_i}{\partial \varphi}, \quad \frac{\partial Y_i}{\partial \lambda} = -\cos \varphi \frac{\partial X_i}{\partial \varphi}$$

وبالتالي وباعتبار (8) ومن أجل أي نقطة (φ, λ) :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial X^*}{\partial \lambda} &= +\sum_I^n k_i \cos \varphi \frac{\partial Y_i}{\partial \varphi} = +\cos \varphi \sum_I^n k_i \frac{\partial Y_i}{\partial \varphi} = +\cos \varphi \frac{\partial Y^*}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial Y^*}{\partial \lambda} &= -\sum_I^n k_i \cos \varphi \frac{\partial X_i}{\partial \varphi} = -\cos \varphi \sum_I^n k_i \frac{\partial X_i}{\partial \varphi} = -\cos \varphi \frac{\partial X^*}{\partial \varphi} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

إذاً X^* و Y^* تحققان علاقات كوشي-ريمان أيضاً فهو إسقاط مطابق.

وبالتالي يمكن تركيب إسقاط مطابق من عدة إسقاطات مطابقة أخرى باستخدام أي تابع خطي. وهي نتيجة معممة يمكن اشتقاق أي حالة خاصة منها تبعاً لنوع الإسقاطات وعددها وشكل التابع الخطي.

الآن نأتي إلى علاقة المقياس المحلي الخطي. فمن أجل كرة نصف قطرها يساوي الواحد، فإن قيمة المقياس المحلي يعطى بالعلاقات:

$$m^* = \sqrt{e^*} = \sqrt{g^*} / \cos \varphi \quad (10)$$

حيث

$$e^* = \left(\frac{\partial X^*}{\partial \varphi} \right)^2 + \left(\frac{\partial Y^*}{\partial \varphi} \right)^2, \quad g^* = \left(\frac{\partial X^*}{\partial \lambda} \right)^2 + \left(\frac{\partial Y^*}{\partial \lambda} \right)^2$$

$$m^{*2} \cos^2 \varphi = \left(\frac{\partial X^*}{\partial \lambda} \right)^2 + \left(\frac{\partial Y^*}{\partial \lambda} \right)^2 = \left(\sum_I^n k_i \frac{\partial X_i}{\partial \lambda} \right)^2 + \left(\sum_I^n k_i \frac{\partial Y_i}{\partial \lambda} \right)^2 \quad (11)$$

هنا اخترنا قيمة g ، حيث يؤدي ذلك لتسهيل الحسابات خاصة بالنسبة للإسقاطات الأسطوانية. أما تقارب خطوط الطول فيمكن التعبير عنها بالعلاقة المعروفة:

$$\tan \gamma_m^* = \frac{\frac{\partial X^*}{\partial \varphi}}{\frac{\partial Y^*}{\partial \varphi}}$$

ولكن حسب (8) نحصل على:

$$\tan \gamma_m^* = \frac{\sum_I^n k_i \frac{\partial X_i}{\partial \varphi}}{\sum_I^n k_i \frac{\partial Y_i}{\partial \varphi}} \quad (12)$$

لندرس الآن حالة تركيب إسقاطين مطابقين.

لنسقط سطح الإهليلج على سطح الكرة ضمن شروط المطابقة، ولنفرض أن عملية الإسقاط هذه أعطت مقياساً محلياً خطياً m_B .

إحداثيات الإسقاط المركب حسب (7) تعطى بالعلاقة:

$$\left. \begin{aligned} x^* &= k_1 x_1 + k_2 x_2 \\ y^* &= k_1 y_1 + k_2 y_2 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

والمقياس المحلي وباعتبار (11)

$$m^{*2} \cos^2 \varphi = \left(k_1 \frac{\partial x_1}{\partial \lambda} + k_2 \frac{\partial x_2}{\partial \lambda} \right)^2 + \left(k_1 \frac{\partial y_1}{\partial \lambda} + k_2 \frac{\partial y_2}{\partial \lambda} \right)^2 \quad (14)$$

بفك الأقواس:

$$\begin{aligned}
 m^{*2} \cos^2 \varphi &= \left(k_1 \frac{\partial x_1}{\partial \lambda} \right)^2 + \left(k_1 \frac{\partial y_1}{\partial \lambda} \right)^2 \\
 &+ \left(k_2 \frac{\partial x_2}{\partial \lambda} \right)^2 + \left(k_2 \frac{\partial y_2}{\partial \lambda} \right)^2 \\
 &+ 2k_1 k_2 \frac{\partial x_1}{\partial \lambda} \frac{\partial x_2}{\partial \lambda} + 2k_1 k_2 \frac{\partial y_1}{\partial \lambda} \frac{\partial y_2}{\partial \lambda} \\
 m^{*2} \cos^2 \varphi &= k_1^2 m_1^2 \cos^2 \varphi + k_2^2 m_2^2 \cos^2 \varphi + \\
 &2k_1 k_2 \left(\frac{\partial x_1}{\partial \lambda} \frac{\partial x_2}{\partial \lambda} + \frac{\partial y_1}{\partial \lambda} \frac{\partial y_2}{\partial \lambda} \right) \\
 m^{*2} &= k_1^2 m_1^2 + k_2^2 m_2^2 + \frac{2k_1 k_2}{\cos^2 \varphi} \left(\frac{\partial x_1}{\partial \lambda} \frac{\partial x_2}{\partial \lambda} + \frac{\partial y_1}{\partial \lambda} \frac{\partial y_2}{\partial \lambda} \right) \quad (15)
 \end{aligned}$$

حيث m_1 و m_2 المقياس المحلي لكل من الإسقاطين 1 و 2. وهكذا حصلنا على علاقة المقياس المحلي الخطي لإسقاط مطابق مركب من إسقاطين مطابقين. المهم هنا أن تكون منظومة الإحداثيات الكروية واحدة بالنسبة لكليهما. في العلاقة (15) نلاحظ حالة عدم تعين عند قطب منظومة الإحداثيات الكروية. وهذا أصلاً معروف في الإسقاط الأسطواني المطابق القائم أو المائل. إذاً، المقياس المحلي النهائي يعطى بالعلاقة التالية:

$$m_F = m_B \cdot m^* \quad (16)$$

المقياس المحلي للمساحات و باعتبار الإسقاط مطابقاً يعطى بالعلاقة:

$$\mu_S = m_F^2 \quad (17)$$

إن التوابع X_i و Y_i كلها منسوبة لمنظومة واحدة هي الإحداثيات الجغرافية (φ, λ) المنسوبة بدورها إلى نقطة

هي القطب الجغرافي. و في الحالة العامة التوابع x_i و y_i هي توابع معقدة بالنسبة لـ φ و λ أي العلاقة فيها ليست مباشرة، كما في الإسقاطات القائمة. من ناحية أخرى، شرط كون الإسقاط المركب مطابقاً، هو كون التوابع x_i و y_i كلها منسوبة لمنظومة إحداثيات واحدة، وليس من الضروري كون هذه المنظومة هي الجغرافية (φ, λ) ، بمعنى أنه ليس من الضروري اعتماد القطب الجغرافي كمبدأ، بل يمكن اختيار أي نقطة من سطح الأرض. وبالطبع، سيكون اختيار النقطة التي تؤدي إلى تسهيل الحسابات، كأن تكون نقطة المبدأ مثلاً هي مركز أحد الإسقاطات الداخلة في العلاقة (5) لتصبح الحسابات منسوبة لمنظومة وسيطة (φ', λ') .

أما العلاقة بين (φ, λ) و (φ', λ') فيمكن تحديدها من علاقات الهندسية الكروية. إن استبدال منظومة الإحداثيات (φ, λ) بـ (φ', λ') سيعطي نفس النتائج بالنسبة للإحداثيات x^* و y^* والمقياس المحلي m^* . إلا أنه من أجل حساب تقارب خطوط الطول وهي الزاوية بين مسقط خط الطول و محور oy في نقطة ما، يجب أن تكون المنظومة منسوبة للقطب الجغرافي حسب العلاقة (12).

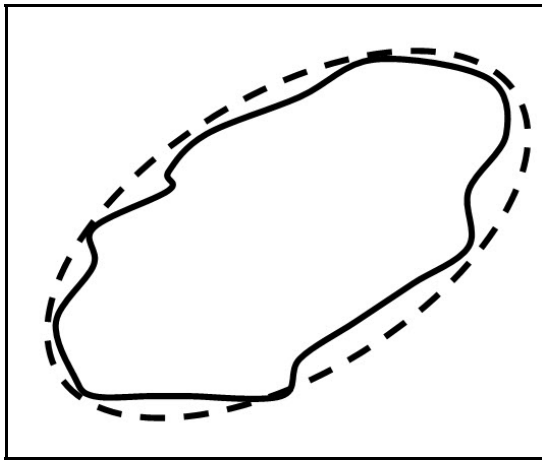
فمثلاً التوابع:

$$X_i = X_i(\phi, \lambda) \quad , \quad Y_i = Y_i(\phi, \lambda) \quad (18)$$

إذاً، من هنا نفهم بأن الخط الإيزومتري يفضل أن يكون مغلقاً. وكما هو معروف بالنسبة لنظم الإسقاط التقليدية، تتحقق هذه الخاصية في نظام الإسقاط الستيريوغرافي، الذي يعطينا خطأ إيزومترياً بشكل دائرة. أما نظم الإسقاط الأسطواني والمخروطي، فتعطي خطوطاً إيزومترية متوازية.

إن شكل الحدود المعمم لمنطقة ما ليس من الضروري أن يكون دائرياً ليناسب نظام الإسقاط الستيريوغرافي، ولا أن يكون متطاولاً كثيراً ليناسب نظام الإسقاط الأسطواني أو المخروطي. ولكن يمكننا اعتبار الحالتين الرئيسيتين التاليتين:

١- الشكل المعمم لحدود منطقة ما يمكن إلباسه بشكل قطع ناقص، ينطبق محوره الكبير مع الامتداد الأعظم للمنطقة (الشكل رقم ٥).



الشكل رقم (٥). شكل المنطقة قطع ناقص.

$$\phi = F_{i1}(\varphi, \lambda) \quad , \quad \lambda = F_{i2}(\varphi, \lambda) \quad (19)$$

تصادفنا دائماً في الإسقاطات المائلة.

إذاً، يمكننا صياغة العلاقات المباشرة كما يلي:

$$\begin{aligned} X_i &= X_i \{ F_{i1}(\varphi, \lambda) , F_{i2}(\varphi, \lambda) \} \\ Y_i &= Y_i \{ F_{i1}(\varphi, \lambda) , F_{i2}(\varphi, \lambda) \} \end{aligned}$$

بعد ذلك يمكن حساب التفاضلات الجزئية بالنسبة

لـ φ و λ مباشرة بالعلاقات التالية:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial X_i}{\partial \varphi} &= (\frac{\partial X_i}{\partial F_{i1}})(\frac{dF_{i1}}{d\varphi}) + (\frac{\partial X_i}{\partial F_{i2}})(\frac{dF_{i2}}{d\varphi}) \\ \frac{\partial Y_i}{\partial \varphi} &= (\frac{\partial Y_i}{\partial F_{i1}})(\frac{dF_{i1}}{d\varphi}) + (\frac{\partial Y_i}{\partial F_{i2}})(\frac{dF_{i2}}{d\varphi}) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

الآن يمكن تطبيق العلاقة (12) لحساب زاوية تقارب خطوط الطول.

(٥) حالات الإسقاطات المركبة

هناك نظرية مفادها، بأن أفضل نظام إسقاط مطابق من أجل منطقة محدودة، هو نظام الإسقاط الذي يحافظ فيه المقياس المحلي، في جميع نقاط حدود المنطقة، على قيمة ثابتة. (النظرية قدمها تشيبتشيف / ١٨٥٣م، وبرهن عليها تحليلياً غرافي / ١٨٩٤م).

انطلاقاً من مفهوم هذه النظرية، فإن أفضل نظام إسقاط، هو نظام الإسقاط الذي تحاكي فيه الخطوط الإيزومترية حدود المنطقة المدروسة. وبشكل عام نقول كلما اقترب شكل الخط الإيزومتري من شكل الحدود كان نظام الإسقاط أفضل.

مطابق، نختار قطبه بحيث نحصل على أفضل انطباق، بين الخطوط الإيزومترية له مع امتداد المنطقة. طبعاً لا يمكن الحكم على أفضل انطباق، وبالتالي أفضل اختيار للقطب الجديد، بواسطة رسم الخطوط الإيزومترية وإجراء المطابقة الشكلية؛ لأن ذلك عمل مضمّن، ويتطلب وقتاً طويلاً، عدا عن أن الحسابات التالية لاختيار القطب الجديد تعتبر معقدة، مما يستدعي استخدام الحاسوب في حل هذه المسائل.

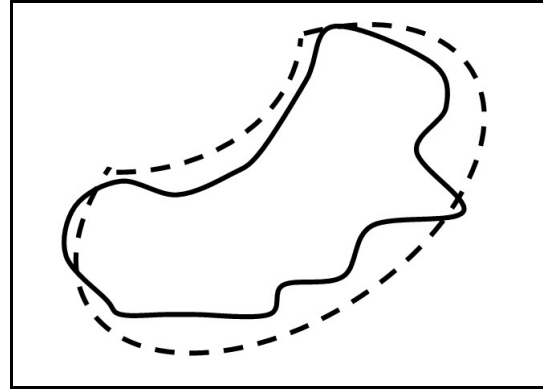
يمكن اختيار عدد كبير من النقاط، كقطب للإحداثيات الكروية، وفي كل مرة يتم تقييم هذا الاختيار باستخدام معيار ما، مثل حساب التشوه الأعظمي، أو التشوه المتوسط التربيع في مجال المنطقة المدروسة.

(٦) الإسقاط المطابق للإهليلج على الكرة

(بيلاني، ١٩٩٦م)

باعتبار أن دراسة الإسقاطات المركبة تعتمد على سطح الكرة فيجب أولاً إسقاط سطح الإهليلج على الكرة. في معظم طرق تمثيل سطح الإهليلج على سطح الكرة يفترض بأن مستوى الاستواء في الإهليلج وفي الكرة منطبقان وأن مركزيهما أيضاً منطبقان. كما أن خطوط العرض على سطح الإهليلج ترسم خطوط عرض أيضاً على سطح الكرة، وأن خطي الطول

٢- الشكل المعمم لحدود منطقة ما يمكن إلباسه بشكل قطع ناقص مضغوط من إحدى جهاته، أي أن الشكل المعمم للحدود غير متناظر (الشكل رقم ٦).



الشكل رقم (٦). شكل المنطقة قطع ناقص مضغوط.

انطلاقاً من المذكور أعلاه عن نظام الإسقاط المركب، واعتباراً للحالة الأولى، يمكن الحصول على خط إيزومتري بشكل قطع ناقص، وذلك بتركيب نظام إسقاط ستيريوغرافي مع نظام إسقاط أسطواني مائل مطابق، خطوطه الإيزومترية توازي الامتداد الأعظمي للمنطقة، واعتبار جملة المحاور المتعامدة oxy ، منطبقة مع الاتجاهات الرئيسة، بحيث o تنطبق مع مركز المنطقة، ox مع الامتداد الأعظمي، oy باتجاه قطب الإحداثيات الكروية المعتمد.

ومن أجل الحالة الثانية، يمكن تركيب نظام الإسقاط الستيريوغرافي مع نظام إسقاط مخروطي مائل

في نظام الإسقاط المطابق يجب أن يتحقق شرط تشابه الأشكال اللامتناهية في الصغر، وبالتالي يكون المقياس المحلي الخطي مستقل عن الاتجاه، والزوايا لا تتشوه، والشبكة متعامدة. أي:

$$a=b=m=n=\mu \quad (25)$$

وباعتبار خطوط العرض ترسم خطوط عرض، وخطوط الطول أيضاً ترسم خطوط طول. أي:

$$\lambda' = \alpha \lambda, \quad \varphi' = f(\varphi)$$

وحسب العلاقة (24):

$$\frac{Rd\varphi'}{Md\varphi} = \alpha \frac{R\cos\varphi'}{N\cos\varphi} \quad (26)$$

$$\frac{d\varphi'}{\cos\varphi'} = \frac{\alpha M d\varphi}{N \cos\varphi}$$

إذا اعتبرنا أن $e \sin \varphi = \sin \psi$

وبعد إجراء التكامل يكون:

$$\int \frac{d\varphi'}{\cos\varphi'} = \int \frac{d\varphi}{\cos\varphi} - \alpha e \int \frac{d\psi}{\cos\psi} \quad (27)$$

$$\tan\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right) = kU^\alpha$$

حيث:

$$U = \frac{\tan\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)}{\tan\left(45^\circ + \frac{\psi}{2}\right)} \quad (28)$$

الثابتان α و k يتحددان من شروط معينة. فإذا فرضنا أن زوايا الطول متطابقة على سطح الإهليلج و سطح الكرة، فهذا يعني $\lambda' = \lambda$ أي $\alpha = 1$.

الأساسيين على كلا السطحين يقعان في مستوى واحد وهو مبدأ الإحداثيات. أما خطوط الطول الأخرى فهي متناسبة فيما بينها على السطحين، هذا يعني أن مسقط شبكة الإهليلج هو شبكة متعامدة أيضاً على الكرة. وبالتالي الاتجاهان الأساسيان على سطح الكرة (المسقط) ينطبقان مع خطوط الطول والعرض.

لنعتبر عنصر خطي ds على الإهليلج ونظيره في المسقط ds' ولنحسب هذه الأطوال:

$$\left. \begin{aligned} ds^2 &= M^2 d\varphi^2 + r^2 d\lambda^2 \\ ds'^2 &= R^2 d\varphi'^2 + R^2 \cos^2 \varphi' d\lambda'^2 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

حيث R نصف قطر الكرة، r و M أنصاف أقطار خطي العرض والطول، $R \cos \varphi'$ نصف قطر خط العرض على سطح الكرة.

وباعتبار N نصف قطر الناظم الأساسي، فعندئذ المقياس المحلي الخطي يعطى بالعلاقة:

$$\mu^2 = \frac{R^2 d\varphi'^2 + R^2 \cos^2 \varphi' d\lambda'^2}{M^2 d\varphi^2 + N^2 \cos^2 \varphi d\lambda^2} \quad (22)$$

المقياس حسب اتجاه خطوط الطول:

$$m = \frac{Rd\varphi'}{Md\varphi} \quad (23)$$

والمقياس حسب اتجاه خطوط العرض:

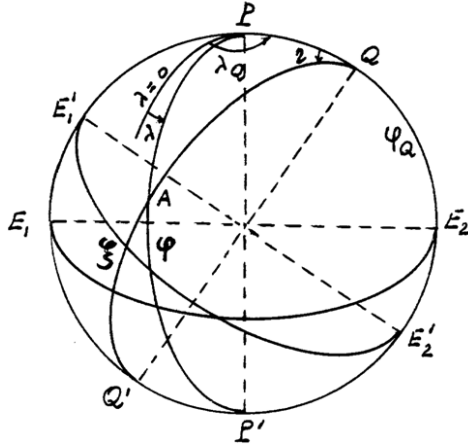
$$n = \frac{R\cos\varphi' d\lambda'}{N\cos\varphi d\lambda} = \alpha \frac{R\cos\varphi'}{N\cos\varphi} \quad (24)$$

حيث α عامل تناسب خطوط الطول بين السطحين.

الاستواء المائل. ونحصل بذلك على نظام إحداثيات جديد (ξ, η) يمكن أن ننسب إليه نقاط الكرة. إذا اعتبرنا أن (φ'_0, λ'_0) هي الإحداثيات الجغرافية للنقطة Q و (φ', λ') الإحداثيات الجغرافية للنقطة A على الكرة و (ξ, η) إحداثيات هذه النقطة في الجملة المائلة، فيمكننا أن نكتب من المثلث الكروي PQA العلاقات التالية (بيلاني، ١٩٩٦م):

$$\sin \xi = \sin \varphi' \sin \varphi'_0 + \cos \varphi' \cos \varphi'_0 \cos (\lambda'_0 - \lambda') \quad (32)$$

$$\tan \eta = \frac{\cos \varphi' \sin (\lambda' - \lambda'_0)}{\sin \varphi' \cos \varphi'_0 - \cos \varphi' \sin \varphi'_0 \cos (\lambda' - \lambda'_0)} \quad (33)$$



الشكل رقم (٧). العلاقة بين القطب الجغرافي والقطب المائل.

(٨) تطبيقات الإسقاطات المركبة لمنطقة

شبه الجزيرة العربية

لنعمد على الكرة جملة الإحداثيات (ξ, η) المعرفة أعلاه. ولتكن (x, y) جملة إحداثيات متعامدة في المستوى.

وإذا فرضنا أن مستوى الاستواء في الإهليلج ينطبق مع مستوى الاستواء في الكرة، فهذا يعني أنه عندما $\varphi = 0$ فإن $\varphi' = 0$ وبالتالي $k = 1$ إذا:

$$\tan(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}) = U \quad (29)$$

والمقياس المحلي الخطي يعطى بالعلاقة

$$m = \frac{R \cos \varphi'}{N \cos \varphi} \quad (30)$$

والمقياس المحلي المساحي $\mu_s = m^2$.

أما حساب نصف قطر الكرة فيحدد من اعتبار أو شرط كون المقياس المحلي الخطي m مساوياً للواحد حسب خط العرض φ_k . أي حسب (30):

$$R = \frac{N \cos \varphi_k}{\cos \varphi'_k} \quad (31)$$

٧- الإحداثيات الكروية المائلة

لنعتبر كرة ذات نصف قطر مساو للواحد، وعليها جملة خطوط الطول وخطوط العرض التي تعرف الإحداثيات الجغرافية (φ', λ') الناتجة من عملية إسقاط سطح الإهليلج على الكرة من الفقرة السابقة. لنطبق على خط القطبين PP' دوراناً ما ليصبح بالوضعية QQ' (الشكل رقم ٧). إن المستوى العمودي على QQ' يقطع الكرة حسب دائرة عظمى $E'_1 E'_2$ ، تلعب دور خط استواء بالنسبة ل QQ' وسنسميها بخط

فكتبت علاقتنا الإسقاط المركب (37) بوضع $k_1 = k$ على الشكل:

$$\left. \begin{aligned} x &= kx_1 + (1-k)x_2 \\ y &= ky_1 + (1-k)y_2 \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

وتكون نسبة التشوه الخطي m في هذا الإسقاط المطابق المركب إستناداً إلى العلاقة (36):

$$m^2 = k^2 m_1^2 + (1-k)^2 m_2^2 + \frac{2k(1-k)}{\cos^2 \xi} \left[\frac{\partial x_1}{\partial \eta} \right] \quad (40)$$

فبعد تعريف الإسقاطين Ω_1 و Ω_2 علينا تعيين قيمة k التي تعطي أصغر قيمة لـ m .

(١, ٨) تركيب إسقاط ميركاتور (Mercator) المائل مع الإسقاط الستيريوغرافي المائل

إن تعيين القطب Q بالنسبة للإسقاط الستيريوغرافي المائل يعتبر أمراً سهلاً، حيث تعتبر Q مركز الإسقاط أو مركز منطقة شبه الجزيرة العربية. أما تعيين القطب Q بالنسبة لإسقاط ميركاتور المائل، فيعتمد حسابه على أساس كونه نقطة تبعد ٩٠ درجة، عن الدائرة العظمى المارة بأطول امتداد للمنطقة. إن أطول امتداد يتعين مباشرة بالخريطة من نقطتين، الأولى هي مركز المنطقة O ، والأخرى 1 ، التي تقع على أقصى بعد من الأولى، وهي في حالتنا هذه في جهة الشمال الغربي لشبه الجزيرة العربية

يمكننا أن نعرّف، وبشكل تحليلي، إسقاطاً مطابقاً للكرة على المستوي بالعلاقتين:

$$x = f(\xi, \eta) \quad ; \quad y = g(\xi, \eta) \quad (34)$$

f و g يحققان علاقتي كوشي-ريمان التاليتين:

$$\frac{\partial x}{\partial \eta} = +\cos \xi \frac{\partial y}{\partial \xi}, \quad \frac{\partial y}{\partial \eta} = -\cos \xi \frac{\partial x}{\partial \xi} \quad (35)$$

وتعطي عندئذ نسبة التشوه الخطي m بإحدى العلاقتين التاليتين:

$$m^2 = \frac{1}{\cos^2 \xi} \left\{ \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 \right\} = \left\{ \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2 \right\} \quad (36)$$

لنختر إسقاطاً Ω_1 مطابقاً للكرة على المستوي يعطينا للنقطة (ξ, η) إحداثيات مستوية (x_1, y_1) .

ثم لنختر إسقاطاً ثانياً Ω_2 يعطينا (x_2, y_2) ولنعرّف الآن إسقاطاً مركباً للإسقاطين Ω_1 و Ω_2 وفق التابعين الخطيين:

$$\left. \begin{aligned} x &= k_1 x_1 + k_2 x_2 \\ y &= k_1 y_1 + k_2 y_2 \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

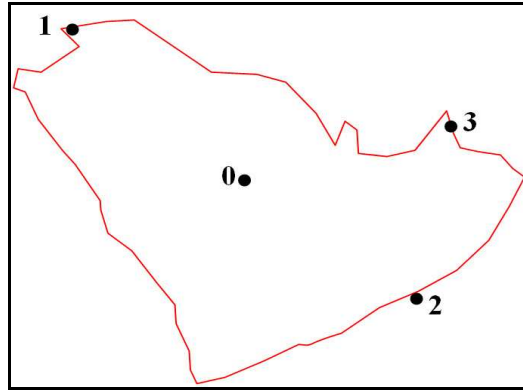
حيث k_1 و k_2 أمثال موجبة مجهولة.

نلاحظ من (37) أن مفهوم x ومفهوم y يبدوان كأنهما متوسطتان موزونتان لـ x_1 و x_2 وأيضاً y_1 و y_2 على التوالي. فإذا اعتبرنا العلاقة التالية التي تربط k_1 و k_2 :

$$k_1 + k_2 = 1 \quad (38)$$

(الشكل رقم ٨). هاتان النقطتان تؤخذان كنقاط تقاطع الكرة أولاً، كما سنعتبرهما من نقاط الاختبار التي نقيس خطوط الطول والعرض، وبالتالي يتم إسقاطهما على

فيها التشوهات في مراحل هذا البحث.



الشكل رقم (٨). اختيار نقاط الاختبار.

$$\tan \phi'_0 = -c \tan \phi'_0 \cos(\lambda'_0 - \lambda'_0) \quad (42)$$

ويمكننا الآن كتابة معادلات إسقاط ميركاتور المائل في النظام (ξ, η) بدلاً من النظام (ϕ', λ') ، مع اعتبار نصف قطر الكرة يساوي الواحد.

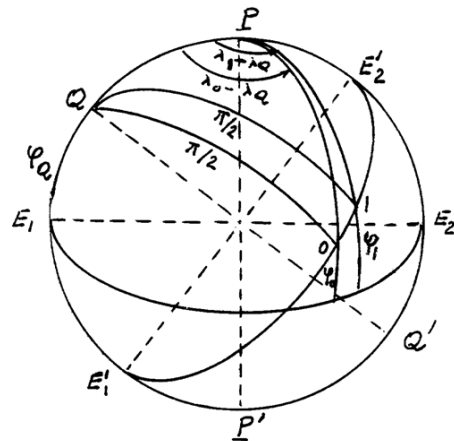
$$\left. \begin{aligned} x_1 &= (\eta - \eta_0) \\ y_1 &= \ln \tan\left(45^\circ + \frac{\xi}{2}\right) \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

$$m_1 = \frac{1}{\cos \xi} \quad (44)$$

أما معادلات الإسقاط الستيريوغرافي المائل، وباعتبار مستوي الإسقاط هو المستوي المماس للكرة في النقطة O وأن البعد السمتي والانحراف لأي نقطة عن O يعبر عنه بدلالة ξ و η فيكون حسب الشكل رقم (١٠):

بتطبيق معادلات الهندسة الكروية (بيلاي، ١٩٩٦ م)

نحصل على إحداثيات القطب Q كالآتي (الشكل رقم ٩):



الشكل رقم (٩). تحديد موقع القطب المائل.

$$\tan \lambda'_0 = \frac{\cos \lambda'_0 \tan \phi'_1 - \cos \lambda'_1 \tan \phi'_0}{\sin \lambda'_1 \tan \phi'_0 - \sin \lambda'_0 \tan \phi'_1} \quad (41)$$

ولحساب نسبة التشوه الخطي وفق العلاقة (40)

نحسب $\frac{\partial y_2}{\partial \eta}$ ، $\frac{\partial y_1}{\partial \eta}$ ، $\frac{\partial x_2}{\partial \eta}$ ، $\frac{\partial x_1}{\partial \eta}$ ونعوض في العلاقة (40)

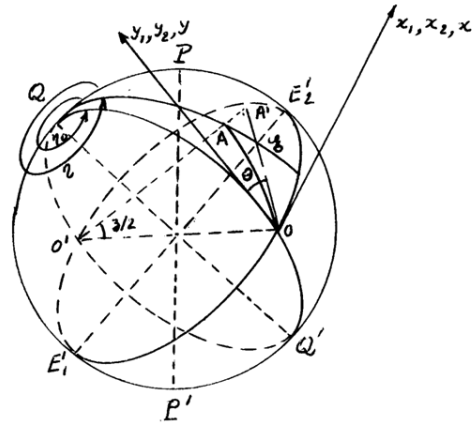
فنجد:

$$m^2 = \frac{k^2}{\cos^2 \xi} + \frac{4(1-k)}{\{1 + \cos \xi \cos(\eta - \eta_0)\}^2} \left\{ 1 + \frac{k \cos(\eta - \eta_0)}{\cos \xi} \right\} \quad (49)$$

فلاختيار أفضل قيمة لـ k ، أي التي تعطي أقل تشوهات ممكنة، نأخذ في المنطقة المراد إسقاطها ثلاث نقاط في أطراف المنطقة، بعيدة عن النقطة الوسطية O . وبما أن مجال تغيرات k هو $[0,1]$ ، فبإعطاء عدة قيم لـ k (مثلاً: $k= 0.1; 0.2; 0.3; \dots; 0.9$) نستطيع رسم المنحنيات التي تمثل في كل نقطة من النقاط تغيرات m بدلالة k . وعندئذ يمكننا اختيار أفضل قيمة لـ k والتي تعطي أقل قيمة ممكنة لـ m .

(١، ١، ٨) تدوير نظام الإحداثيات في المستوي

من المفضل تعريف الإحداثيات المستوية في المستوي المماس للكرة Oxy بجملة إحداثيات OXY ، حيث المحور OY الشكل (5) مماس لخط الطول المار من O ومنتجه نحو القطب الجغرافي P ، والمحور OX عمودي عليه ومنتجه نحو الشرق (الشكل رقم ١١).



الشكل رقم (١٠). العلاقة بين الإحداثيات الجغرافية والإحداثيات المائلة.

$$x_2 = 2 \frac{\cos \xi \sin(\eta - \eta_0)}{1 + \cos \xi \cos(\eta - \eta_0)} \quad (45)$$

$$y_2 = 2 \frac{\sin \xi}{1 + \cos \xi \cos(\eta - \eta_0)} \quad (46)$$

ونسبة التشوه الطولي:

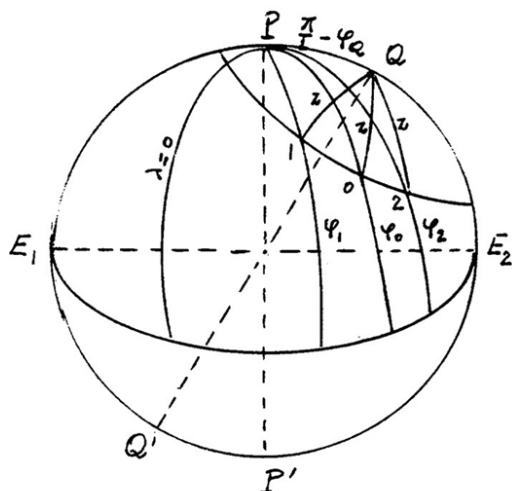
$$m_2 = \frac{2}{1 + \cos \xi \cos(\eta - \eta_0)} \quad (47)$$

واستناداً إلى العلاقتين (39) يكون الإسقاط المركب للإسقاطين Ω_1 و Ω_2 المعرفين أعلاه، وباعتبار نصف قطر الكرة R :

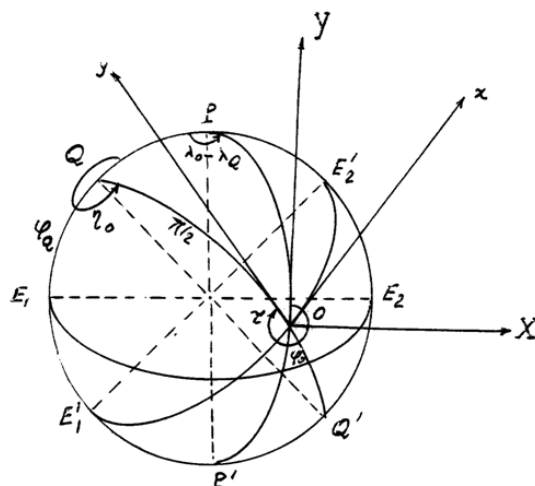
$$\left. \begin{aligned} x &= R \left\{ \begin{aligned} &k(\eta - \eta_0) + \\ &2(1-k) \frac{\cos \xi \sin(\eta - \eta_0)}{1 + \cos \xi \cos(\eta - \eta_0)} \end{aligned} \right\} \\ y &= R \left\{ \begin{aligned} &k \ln \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\xi}{2}\right) + \\ &2(1-k) \frac{\sin \xi}{1 + \cos \xi \cos(\eta - \eta_0)} \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

إسقاطها (الشكل رقم ٨) ولتكن إحداثياتها الجغرافية على الإهليلج: $(\varphi_0, \lambda_0), (\varphi_1, \lambda_1), (\varphi_2, \lambda_2)$ ، وعلى الكرة $(\varphi'_0, \lambda'_0), (\varphi'_1, \lambda'_1), (\varphi'_2, \lambda'_2)$ ، حيث O هي نقطة وسطية في المنطقة، أما النقطتان 1 و 2 فنختارهما واقعتين في جهتين مختلفتين من O وفي أطراف المنطقة المطلوب إسقاطها (الشكلان رقما ٨ و ١٢). تحدد هذه النقاط على الكرة دائرة صغيرة n سنعتبرها دائرة تماس للكرة مع مخروط دوراني يقطع محوره الكرة في نقطة Q (الشكل رقم ١٢) نسميها القطب المائل.

لنحسب الإحداثيات الجغرافية (φ_Q, λ_Q) للنقطة Q بدلالة الإحداثيات الجغرافية للنقاط 1, 2, O . يبين الشكل رقم (١٢) أن للنقاط 1, 2, O مسافات سمتية z متساوية بالنسبة للقطب Q .



الشكل رقم (١٢). تحديد موقع القطب المائل.



الشكل رقم (١١). تدوير نظام الإحداثيات.

فإذا رمزنا ب τ للزاوية بين المحور الجديد OY والمحور القديم Oy مقاسة اعتباراً من OY وباتجاه دوران عقارب الساعة، فالزاوية τ هذه ليست إلا السمت الجغرافي لـ OQ على الكرة. ويمكننا حسابها من المثلث الكروي OPQ . ونجد:

$$\tan \tau = \frac{\cos \varphi' \sin(\lambda' - \lambda'_0)}{\sin \varphi' \cos \varphi'_0 - \cos \varphi' \sin \varphi'_0 \cos(\lambda' - \lambda'_0)} \quad (50)$$

ولدينا علاقتنا التحويل:

$$\left. \begin{aligned} X &= x \cos \tau + y \sin \tau \\ Y &= -x \sin \tau + y \cos \tau \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

(٨, ٢) تركيب إسقاط لامبير (Lambert) المائل مع

الإسقاط الستيريوغرافي المائل

لتعريف المخروط المماس للكرة في هذا الإسقاط

سنعتمد ثلاث نقاط: O , 1, 2 في المنطقة المطلوب

فبإدخال تعبير m_1 من (59) وتعبير m_2 من (62) في

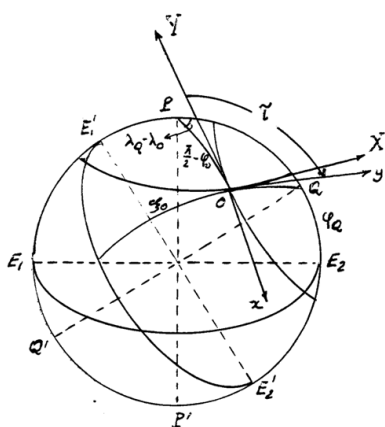
العلاقة (40) نجد:

$$m^2 = \left(\frac{k^2}{\cos^2 \xi} \cos^2 \xi_0 e^{-2 \sin \xi_0 (D-D_0)} + \frac{4(1-k)^2}{[1 + \sin \xi \sin \xi_0 + \cos \xi \cos \xi_0 \cos(\eta - \eta_0)]^2} + \frac{2k(1-k)}{\cos^2 \xi} (C_1 C_2 + C_3 C_4) \right) \quad (68)$$

وبنفس الطريقة المذكورة في الفقرة السابقة يمكننا تحديد قيمة k للحصول على أقل تشوه خطي في النقاط البعيدة عن مركز الإسقاط O . وكما في الفقرة السابقة أيضاً، لندور جملة الإحداثيات Oxy في مستوي الإسقاط حول النقطة O ، حتى يأخذ المحور Oy الوضعية OY المماس لخط الطول المار من O (الشكل رقم ١٥)، والمتجه نحو الشمال الجغرافي P ، وتكون τ :

$$\tan \tau = \frac{\cos \varphi_0 \cos \varphi_Q \sin(\lambda_Q - \lambda_0)}{\sin \varphi_Q - \sin \varphi_0 \sin \xi_0} \quad (69)$$

ويمكننا بعد ذلك حساب الإحداثيات (X, Y) بنفس العلاقاتين (51)



الشكل رقم (١٥). تدوير نظام الإحداثيات.

ففي هذا الإسقاط تكون علاقتنا التحويل:

$$x_2 = 2 \frac{\cos \xi \sin(\eta - \eta_0)}{1 + \sin \xi \sin \xi_0 + \cos \xi \cos \xi_0 \cos(\eta - \eta_0)} \quad (60)$$

$$y_2 = 2 \frac{\sin \xi \cos \xi_0 - \cos \xi \sin \xi_0 \cos(\eta - \eta_0)}{1 + \sin \xi \sin \xi_0 + \cos \xi \cos \xi_0 \cos(\eta - \eta_0)} \quad (61)$$

وتكون نسبة التشوه الخطي m_2 في هذا الإسقاط:

$$m_2 = \frac{2}{1 + \sin \xi \sin \xi_0 + \cos \xi \cos \xi_0 \cos(\eta - \eta_0)} \quad (62)$$

فحسب العلاقتين (39) يكون الإسقاط المركب من Ω_1 و Ω_2 المعرفين في هذه الفقرة، وباعتبار نصف قطر الكرة يساوي R :

$$\left. \begin{aligned} x &= R \left(k c \tan \xi_0 e^{-\sin \xi_0 (D-D_0)} \sin\{(\eta - \eta_0) \sin \xi_0\} + \right. \\ &\quad \left. 2(1-k) \frac{\cos \xi \cos(\eta - \eta_0)}{1 + \sin \xi \sin \xi_0 + \cos \xi \cos \xi_0 \cos(\eta - \eta_0)} \right) \\ y &= R \left(k c \tan \xi_0 [1 - e^{-\sin \xi_0 (D-D_0)}] \cos\{(\eta - \eta_0) \sin \xi_0\} + \right. \\ &\quad \left. 2(1-k) \frac{\sin \xi \cos \xi_0 - \cos \xi \sin \xi_0 \cos(\eta - \eta_0)}{1 + \sin \xi \sin \xi_0 + \cos \xi \cos \xi_0 \cos(\eta - \eta_0)} \right) \end{aligned} \right\} \quad (63)$$

ولحساب نسبة التشوه الخطي في هذا الإسقاط المركب المعطى بالعلاقة العامة (40) نحسب من (55) و(56) و(60) و(61) المشتقات الجزئية

$$\frac{\partial y_2}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial y_1}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial x_2}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial x_1}{\partial \eta}$$

ف نجد:

$$C_1 = \frac{\partial x_1}{\partial \eta} = \cos \xi_0 e^{-\sin \xi_0 (D-D_0)} \cos\{(\eta - \eta_0) \sin \xi_0\} \quad (64)$$

$$C_2 = \frac{\partial x_2}{\partial \eta} = 2 \frac{\cos \xi [\cos \xi \cos \xi_0 + \cos(\eta - \eta_0) \{1 + \sin \xi \sin \xi_0\}]}{[1 + \sin \xi \sin \xi_0 + \cos \xi \cos \xi_0 \cos(\eta - \eta_0)]^2} \quad (65)$$

$$C_3 = \frac{\partial y_1}{\partial \eta} = \cos \xi_0 e^{-\sin \xi_0 (D-D_0)} \sin\{(\eta - \eta_0) \sin \xi_0\} \quad (66)$$

$$C_4 = \frac{\partial y_2}{\partial \eta} = 2 \frac{\cos \xi \sin(\eta - \eta_0) \{ \sin \xi + \sin \xi_0 \}}{[1 + \sin \xi \sin \xi_0 + \cos \xi \cos \xi_0 \cos(\eta - \eta_0)]^2} \quad (67)$$

استناداً إلى النقطتين O و 1 تم حساب إحداثيات النقطة Q بتطبيق العلاقتين (41) و (42) وحصلنا على الآتي (الجدول رقم ٣):

الجدول رقم (٣). إحداثيات القطب المائل (ميركاتور).

ϕ_0	32° 19' 35"
λ_0	153° 7' 1"

• تم حساب التشوهات الخطية في نقاط الاختبار (O, 1, 2, 3) والناجمة عن تطبيق إسقاط ميركاتور المائل منفرداً، وكانت النتائج كما هي في الجدول رقم (٤).

الجدول رقم (٤). التشوهات الناجمة عن تطبيق إسقاط ميركاتور المائل فقط.

Point	O	1	2	3
Linear scale m_1	1	1	1.000107	1.012585

• تم حساب التشوهات الخطية في نقاط الاختبار (O, 1, 2, 3) والناجمة عن تطبيق الإسقاط الستيريوغرافي المائل منفرداً، وكانت النتائج كما هي في الجدول رقم (٥).

الجدول رقم (٥). التشوهات الناجمة عن تطبيق الإسقاط الستيريوغرافي المائل منفرداً.

Point	O	1	2	3
Linear scale m_2	1	1.00765	1.008064	1.009064

(٩) الحسابات والنتائج

• اعتماد الإهليلج الدوراني هيفورد (Hyford) المعرف بالمعطيات التالية:

$$a = 6378388$$

$$b = 6356912$$

تم اختيار نقاط الاختبار (O, 1, 2, 3) بحيث تكون موزعة في المركز والأطراف كما يوضح الشكل وكانت إحداثياتها كما في الجدول رقم (١):

الجدول رقم (١). إحداثيات نقاط الاختبار.

Point	ϕ	λ
O	24°	46°
1	32°	39°
2	16°	53°
3	24°	58°

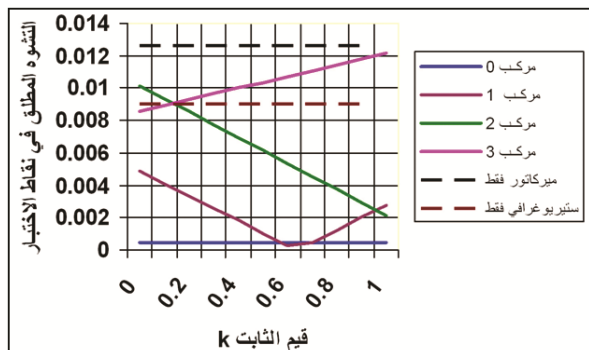
• إجراء عملية إسقاط مطابق لسطح الإهليلج على سطح الكرة، وحصلنا على النتائج الآتية للمقياس الخطي في نقاط الاختبار المذكورة (الجدول رقم ٢):

الجدول رقم (٢). التشوهات الناجمة عن إسقاط الإهليلج على الكرة.

Point	O	1	2	3
Linear scale m^*	0.999545	0.997231	1.002042	0.999545

(٩, ١) الحالة الأولى (ميركاتور المائل مع الستيريوغرافي المائل)

• حساب إحداثيات القطب المائل



الشكل رقم (١٧). قيم التشوهات في نقاط الاختبار تبعاً لقيمة k.

أما في الجدول رقم (٦) فتظهر قيم المقياس الخطي في نقاط الاختبار (0, 1, 2, 3)، والتي توافق أفضل اختيار للثابت k.

الجدول رقم (٦). التشوهات الناجمة عن تركيب الإسقاط الستيريوغرافي المائل مع ميركاتور المائل.

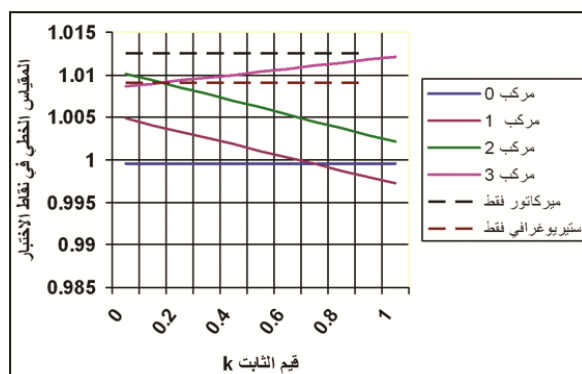
Point	0	1	2	3
Linear scale m	0.000455	0.003334	0.008528	0.009304

(٢, ٩) الحالة الثانية (لامبير المائل مع الستيريوغرافي المائل)

• حساب إحداثيات القطب المائل
استناداً إلى النقطتين 0 و 1 و 2 تم حساب إحداثيات النقطة Q بتطبيق العلاقتين (41) و (42) وحصلنا على الآتي (الجدول رقم ٧):

الجدول رقم (٧). إحداثيات القطب المائل (ميركاتور).	
ϕ_Q	43° 33' 13"
λ_Q	124° 35' 46"

• إجراء تركيب للإسقاط الستيريوغرافي المائل مع ميركاتور المائل وحصلنا على قيم المقياس في نقاط الاختبار وذلك من أجل كل القيم الممكنة للثابت k (الشكل رقم ١٦).

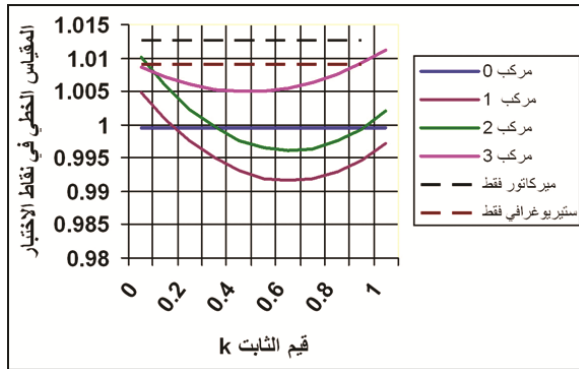


الشكل رقم (١٦). قيم التشوهات في نقاط الاختبار تبعاً لقيمة k.

• وفي الشكل رقم (١٧) تظهر قيم التشوهات بالقيمة المطلقة في النقاط المذكورة. ومن خلال تحليل المنحنيات في الشكل رقم (١٧)، يمكن اختيار أفضل قيمة للثابت k، التي تعطي أقل ما يمكن من التشوهات. وكانت قيمة k كالآتي:

$$K=0.2$$

حيث إن هذه القيمة تجعل كل التشوهات في كل النقاط أقل مما هي عليه سواء في إسقاط ميركاتور المائل أو الإسقاط الستيريوغرافي المائل.

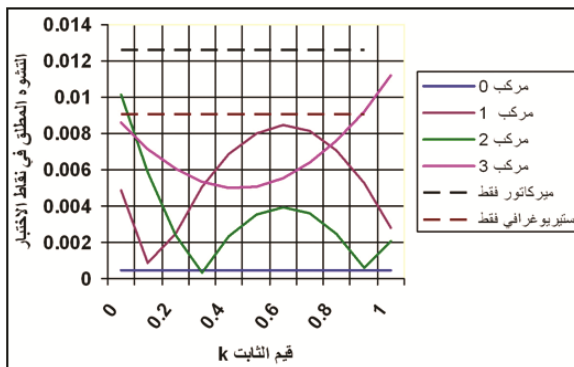


الشكل رقم (١٨). قيم التشوهات في نقاط الاختبار تبعاً لقيمة k.

- وفي الشكل رقم (١٩) تظهر قيم التشوهات بالقيمة المطلقة في النقاط المذكورة. ومن خلال تحليل المنحنيات في الشكل رقم (١٩)، يمكن اختيار أفضل قيمة للثابت k، التي تعطي أقل ما يمكن من التشوهات. وكانت قيمة k كالآتي:

$$K=0.35$$

حيث إن هذه القيمة تجعل كل التشوهات في كل النقاط أقل مما هي عليه سواء في إسقاط ميركاتور المائل أو الإسقاط الستيريوغرافي المائل.



الشكل رقم (١٩). قيم التشوهات المطلقة في نقاط الاختبار تبعاً لقيمة k.

- تم حساب التشوهات الخطية في نقاط الاختبار (0, 1, 2, 3) والناجمة عن تطبيق إسقاط لامبير المائل منفرداً، وكانت النتائج كما هي في الجدول رقم (٨).

الجدول رقم (٨). التشوهات الناجمة عن تطبيق إسقاط لامبير المائل فقط.

Point	0	1	2	3
Linear scale m_1	1	1	1	1.011682

ونلاحظ أن التشوه معدوم في النقاط (0, 1, 2) باعتبار أن تلك النقاط تنتمي لخط التماس بين المخروط والكرة.

- تم حساب التشوهات الخطية في نقاط الاختبار (0, 1, 2, 3) والناجمة عن تطبيق الإسقاط الستيريوغرافي المائل منفرداً، وكانت النتائج كما في الجدول رقم (٩).

الجدول رقم (٩). التشوهات الناجمة عن تطبيق الإسقاط الستيريوغرافي المائل منفرداً.

Point	0	1	2	3
Linear scale m_2	1	1.00765	1.008064	1.009064

- إجراء تركيب للإسقاط الستيريوغرافي المائل مع لامبير المائل وحصلنا على قيم المقياس في نقاط الاختبار وذلك من أجل كل القيم الممكنة للثابت k (الشكل رقم ١٨).

المائل، وأقل بنسبة ٥٦٪ من تشوهات الإسقاط
الستريوغرافي المائل، وأقل بنسبة ٥٩٪ من
تشوهات إسقاط ميركاتور المائل.

- الجدول رقم (١١) يعطي قيمة التشوهات العظمى
في كل إسقاط مقدره بوحدة m/km.

الجدول رقم (١١). مقارنة بين قيم التشوهات في الإسقاطات
المركبة والتقليدية المائلة.

الإسقاط	التشوه m / km
ميركاتور المائل	12.59
لامبير المائل	11.68
الستريوغرافي المائل	9.06
مركب ميركاتور-ستريوغرافي	9.30
مركب لامبير-ستريوغرافي	5.13

وهكذا نجد أن فروض البحث في الفقرة ١-٧ قد
تحقق.

ولكن حتى الآن كان البحث باعتبار حالات
التماس، أي أن الأسطوانة والمخروط والمستوي بحالة
تماس مع سطح الكرة. وباعتبار أن المقارنة ستكون مع
إسقاط لامبير المعمول به في خرائط المملكة، وهو
قاطع لسطح الكرة، علينا حساب التشوهات فيه
باعتبار حالة التماس بدلاً من التقاطع كي تكون المقارنة
منطقية. لذلك سنعتبر المخروط ماساً للكرة عند
النقطة الوسطية O أي عند خط العرض 24°.

أما في الجدول رقم (١٠) فتظهر قيم المقياس الخطي
في نقاط الاختبار (0, 1, 2, 3)، والتي توافق أفضل
اختيار للثابت k.

الجدول رقم (١٠). التشوهات الناجمة عن تركيب الإسقاط
الستريوغرافي المائل مع لامبير المائل.

Point	0	1	2	3
Linear scale m	0.000455	0.006058	0.001441	0.00513

(١٠) تحليل النتائج

- إن تحليل المنحنيات في الأشكال أرقام (١٦-١٩)
يظهر ميزات تركيب نظم الإسقاط. فالشكل
رقم (١٩) مثلاً يظهر بوضوح كيف أن كافة
المنحنيات المعبرة عن التشوهات في نقاط
الاختبار تقع جميعها تحت قيم التشوه في
الإسقاطات التقليدية. وبالتالي فإن أي اختيار
لثابت k سيعطي نظام إسقاط أفضل. ولكن
الشكل يبين إن اختيار القيمة 0.35/ يعطي قيم
تشوهات أقل ما يمكن في كافة النقاط. هذه
الفروقات تظهر أقل في الشكل رقم (١٧) من
أجل اختيار قيمة 0.2/ للثابت k.

- إن تركيب الإسقاط الستريوغرافي المائل مع
إسقاط لامبير المائل يعطي تشوهات بالخرائط
أقل بنسبة ٤٣٪ من تشوهات إسقاط لامبير

جزماتي سامح، حسن بيلاني، "نظرية الإسقاطات المركبة"، مجلة بحوث جامعة حلب (العلوم الهندسية). ١٩٩٥م.

جزماتي سامح، الجيوديزيا. حلب، منشورات جامعة حلب. ١٩٨١م.

BOGAYEVCKY L.M. and VAKHRAMYEVA L.A. Geodezya. Kartographicheckeye proektcy. Nedra, Moscow, 1992, 293p.
Phillip C. Muehrcke, Map Use: Reading, Analysis and Interpretation. New York, 2005.
Liffe Jonathan, Datums and Map Projections for remote sensing, GIS and surveying. New York, 2000.
SNYDER J. P. An Album of Map Projections. U. S. Geological survey, Denver, 1989, 240p.
Mauire D. J., Geographical information systems, principles and applications, NewYork, 1991.
PHILIP G., Coordinate system and map projections. London, 1973, 255p.
QIHE, JOHN P. SNYDER and WALDO R. TOBLER, Map Projection Transformation, principles and applications. Taylor & Francis, New York. 2000.

وبالتالي في هذه الحالة، ومقارنةً مع إسقاط لامبير المستخدم في خرائط المملكة وعند خط العرض الجنوبي الذي يوافق أكبر قيمة للتشوهات نجد:

التشوه m / km	ϕ
18.28	13

وبالتالي، فإن التشوه الأعظمي في الإسقاط المعمول به قد انخفض بنسبة ٧٢٪ وهي قيمة كبيرة.

(١١) التوصيات

يوصى باستخدام نظام إسقاط مركب من الإسقاط الستيريوغرافي المائل مع إسقاط لامبير المائل، بثابت تركيب $k=0.35/$ وذلك من أجل خراط شبه الجزيرة العربية.

(١٢) المراجع

بيلاني حسن، الجيوديزيا (الارتسامات)، حلب، منشورات جامعة، ١٩٩٦م، /٢٥٩ ص.

A NEW PROJECTION FOR SAUDI ARABIA MAPS

HASAN BILANI & ABDULLAH ALGARNI

*Civil Engineering Department, College of Engineering, King Saud University
P.O. Box 800, Riyadh 11421, Saudi Arabia*

(Received 12/10/2010; Accepted for publication 03/01/2011)

Keywords: Map projection, Saudi map

Abstract. The representation of the Earth's spheroid surface on the plan is one of the most important issues in geodesy. It cannot be done without distortions in areas, angles and lines. However, it is possible to apply some conditions on the equations of projection in order to get a conformal, equal-area, or equidistant map.

The principle of "Theory of the combined projections" depends on finding new projections by using equations of classical projections. This approach makes it possible to obtain less distortion projections and more compatible with the shape of the area boundaries.

Hence accurate maps and plans can be obtained for the kingdom or for any other area.

In Saudi Arabia, two conformal projections are used. These are conical and U.T.M, and both of them are old conventional methods.

The first part of the present study contains analysis of these projections and shows their disadvantages and then shows the necessity of searching for a new projection method, especially with the contribution of computers in such science.

In the second part of the study the theory of combined projections has been applied through projecting ellipsoid surface onto sphere surface. Two models were applied: combination of oblique stereographic with oblique Mercator projections, and combination of oblique stereographic with oblique Lambert projections. The developed projections were found to be more suitable and adaptable to the surface of the Arabian Peninsula than the previous projection methods (Lambert and UTM). Distortions in produced maps using the new models is found to be decreased by %72.