

السعة الحملية ومقاومة العناصر الخرسانية المسلحة باستخدام المخططات البيانية لتشوهات الخرسانة والحديد

نزار كامل علي العقيلي

قسم الهندسة المدنية، كلية العلوم الهندسية والتقنية، جامعة سيها،
ص. ب. ٦٨، براك الشاطئ، الجماهيرية العربية الليبية

(أستلم في ١/٥ / ١٩٩٧م؛ وقبل للنشر في ٦/٣٠ / ١٩٩٧م)

ملخص البحث. إن تطور طرق تحليل عناصر الخرسانة المسلحة مرتبط ارتباطاً وثيقاً بالاستخدام المباشر للمخططات البيانية لتشوه الخرسانة والحديد، التي تأخذ في الاعتبار نوع نظام التحميل وفترة استمرارته. في هذه الورقة تم اقتراح نموذج رياضي لحساب مقاومة أو تحديد السعة الحملية للمقاطع العرضية في العناصر الخرسانية المعرضة للانحناء المصاحب للضغط أو الشد المحوري مع الأخذ في الاعتبار حالة عدم تماثل المقطع وكذلك لامركزية الحمل المحوري. يستند النموذج المذكور على المخططات البيانية الحقيقية الكاملة لتشوه الخرسانة والحديد كما يأخذ المقطع العرضي للعنصر الإنشائي أي شكل هندسي. يمكن أن يكون الحيز الذي تشغله الخرسانة مكوناً من عدة مجالات مختلفة في الخواص الفيزيائية - الميكانيكية، كأن تكون الخرسانة المستخدمة ذات فئات مختلفة.

إن أسلوب الحل وفقاً للنموذج المقترح يعتمد بشكل أساسي على تغطية المقطع العرضي بشبكة ذات خلايا صغيرة جداً. بعد ذلك يؤخذ متوسط الإجهادات (الانفعالات) في حدود كل خلية وبالتالي يتم الانتقال من التكامل التفاضلي إلى المجموع التكاملي لتحديد عناصر مصفوفة صلادة المقطع.

من جهة أخرى، فإن المعادلات الرئيسية لمتجهات القوى لها صفة لاخطية، إلا أنه يتم في النموذج المدروس تحويل المعادلات اللاخطية إلى معادلات خطية باستخدام الطرق التكرارية مع تجميد معاملات المرونة القاطعية المحسوبة في دورة التكرار الجارية.

مقدمة

بالاستناد إلى النظرية الجزئية لبناء الأجسام الصلدة ترتبط الإجهادات والانفعالات بعلاقة لاختطية فقط، أما العلاقة الخطية فهي إفتراض رياضي خاص. إن لاختطية الانفعال تتلخص في عدم وجود علاقة تناسب بين الإجهاد والانفعال، وهذا يشمل انفعالات الزحف والانفعالات المرنة اللحظية. بمرور الزمن، أو بزيادة الأحمال الموجودة فإن خواص انفعال الخرسانة والحديد عند عملهما سوياً تؤدي إلى إعادة توزيع الإجهادات فيما بينهما، قلة صلادة المقطع لدرجة تكون المفاصل اللدنة وتغير المخطط الإستاتيكي للعنصر، زيادة المقاومة وحصول عملية إعادة توزيع القوى في المنظومات غير المحددة إستاتيكياً.

إن فقدان العلاقة التناسبية ما بين الإجهاد والانفعال مرتبط بالتغيرات التركيبية والزمنية التي تحدث في المادة، والتي تؤدي إلى عدم ثبوت حالة الإجهاد - الانفعال (stress - strain condition) للخرسانة المسلحة، وإلى إعطاء طبيعة معقدة لإعادة توزيع الإجهادات ما بين الحديد والخرسانة، والتي تقترن بزيادة القوى و مرور الزمن. كل هذا يؤدي إلى التعقيد الملحوظ في عملية البحث العلمي والتصاميم الهندسية للمنشآت الخرسانية المسلحة.

إن ضرورة إيجاد أدق الطرق التقريبية لتمثيل الأداء الحقيقي للمنشآت الخرسانية المسلحة أدت إلى نشوء اتجاهين رئيسيين في نظرية الخرسانة المسلحة المعاصرة. يأخذ الاتجاه الأول لاختطية انفعالات الخرسانة والحديد بصورة جزئية مهملأً بذلك الخواص المتعلقة بتركيب المادة ذاتها، وكذلك تأثير نظام التحميل وفترة استمرارته. أما الاتجاه الثاني فيدرس لاختطية الانفعالات وعدم توازنية المنظومة مع التركيز على قيم الانفعالات المتبقية، مع الأخذ في الاعتبار تأثير نظام التحميل وطول فترة توافله.

إن نظرية التصميم التابعة للاتجاه الأول أنشأت على فرضية اللاختطية القصوى للعلاقة ما بين الإجهادات والانفعالات عند حساب المقاومة، بالاستناد إلى المنحنى البياني المستطيل الشكل للإجهادات العمودية في الخرسانة عند لحظة الانهيار. فعلى أساس هذه الطريقة يكون من المستحيل تقدير إعادة توزيع الإجهادات بين الخرسانة والحديد، وكذلك بين ألياف المقطع الخرساني بالاستناد إلى مستوى الإجهادات.

إن تطوير طرق تصميم المنشآت الخرسانية المسلحة يعتبر مسألة مهمة جداً بالنسبة إلى المصممين الإنشائيين. ويستند هذا التطوير إلى أخذ خواص المواد في الاعتبار في ظروف التشوه الخارجي (تأثير استمرارية الأحمال)، الذي يؤدي بدوره إلى التصميم الاقتصادي للمنشآت الهندسية.

حالياً أخذت فكرة استحداث الطرق المختلفة لحساب مقاومة العناصر الخرسانية المسلحة في التطور باستخدام المنحنى البياني الحقيقي ($\sigma - \epsilon$) للخرسانة والحديد، الذي يأخذ في الاعتبار نظم التحميل المختلفة وطول فترة استمراريتها، وبالاستناد إلى الطرق العددية المبرمجة على الحاسبات الإلكترونية المتطورة.

المنحنى البياني لتشوه المواد

(
اقترح في السنوات الأخيرة علاقات عديدة لوصف هذا المنحنى. ولكن في أغلب الأحيان يهمل الباحثون في هذا المجال بعض النواحي الرياضية والفيزيائية المهمة. فكثير من هذه العلاقات تصف الفرع الصاعد فقط للخرسانة المضغوطة والقسم الآخر منها لا يمكن من وصف المنحنى البياني لتشوه الخرسانة المشدودة. لذلك، كان العديد من هذه العلاقات مخصصاً لتصميم العناصر البسيطة، التي لا يرتبط تحليلها بالطرق العددية المختلفة [1].

إن استخدام هذه العلاقات التحليلية يعيق تشكيل مصفوفات الصلادة العضوية. بالإضافة إلى إن المعاملات الخاصة بالعلاقة مرتبطة إما بالإجهادات فقط أو بالانفعالات فقط، في الوقت الذي كان يجب على هذه العلاقات أن تفصح عن الإجهادات والانفعالات في آن واحد وبصورة بسيطة. إن تنوع المنحنيات البيانية ($\sigma - \epsilon$) للخرسانة والحديد يؤدي إلى تعقيد طريقة الحل، ولهذا فإن مسألة توحيد هذه المنحنيات للمادتين تحت ظل علاقة تحليلية واحدة يعتبر من الأمور المهمة جداً.

في عام ١٩٨٦ نشر الباحث الروسي Korpenko [2] علاقة وصفية لمنحنيات التشوه انتشرت انتشاراً واسعاً نظراً لتخطيها كل النواقص التي ذكرت أعلاه. وحدت هذه العلاقة تمثيلها

للمنحنيات البيانية لتشوه الخرسانة والحديد. وعليه جرى اعتمادها لوصف تشوه المادتين في هذه الورقة.

فلنرمز σ_m - للإجهادات، ε_m - لتشوهات النسبية (الاستطالة أو التقلص)، E_m - لمعامل مرونة الإبتدائي، m - تمثل دليل المادة، الذي يدل على أن العامل أو العلاقة تنتمي إلى الخرسانة أو الحديد ($m=b, bt$ - بالنسبة إلى الخرسانة المضغوطة أو المشدودة، و $m=s, sp$ - بالنسبة إلى الحديد غير المشدود مسبقاً أو الحديد المشدود).

بدلاً من σ_m و ε_m من الأسهل استعمال مستوى كل منهما حسب العلاقة:

$$(1) \quad \tilde{\sigma}_m = \left| \frac{\sigma_m}{\sigma_m} \right| \quad ; \quad \tilde{\varepsilon}_m = \left| \frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_m} \right|$$

حيث إن: $\hat{\sigma}_m$ و $\hat{\varepsilon}_m$ - تمثل الإجهاد والانفعال في قمة المنحنى البياني ($\sigma - \varepsilon$).
في بداية المنحنى البياني $\sigma - \varepsilon$ (وبالأخص للحديد) يمكن فرز جزء خطي يمتد حتى الإجهاد $\sigma_{m,el}$ والانفعال $\varepsilon_{m,el}$ أو حتى مستوى كل منهما $\tilde{\sigma}_{m,el}$ و $\tilde{\varepsilon}_{m,el}$.

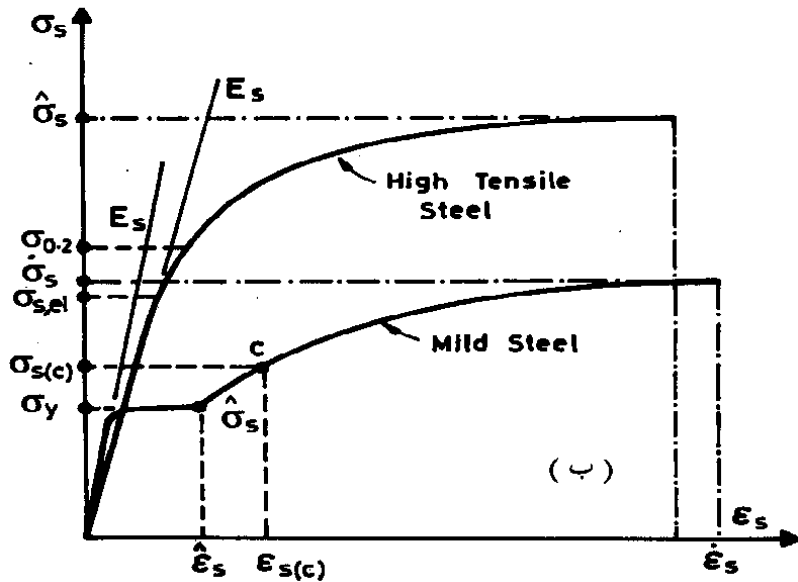
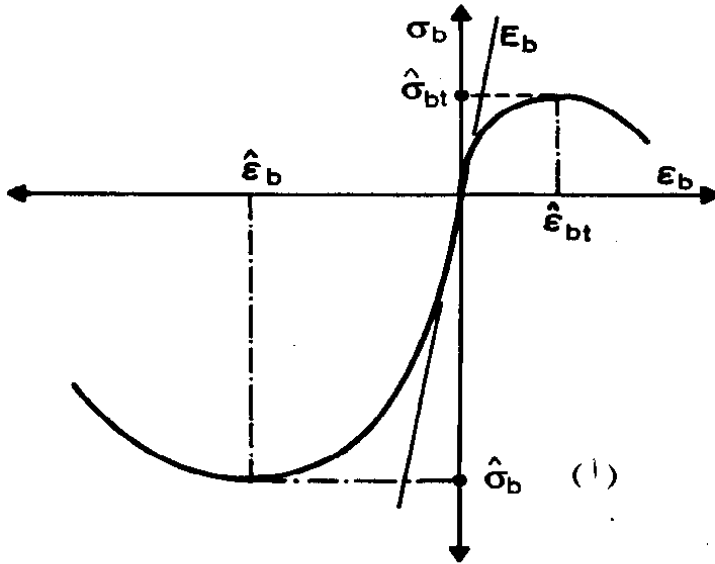
من السهل إدخال المنحنيات البيانية ($\sigma - \varepsilon$) اللاحظية في معاملات صلادة العناصر الخطية المحور، إذا ما أخذت بالشكل التالي:

$$(2) \quad \varepsilon_m = \frac{\sigma_m}{E_m \nu_m}$$

حيث ν_m - يمثل معامل الانفعال المرن ويعبر عن النسبة ما بين الانفعالات المرنة والانفعالات الكلية.

بغض النظر عن اختلاف أنواع المنحنيات البيانية لتشوه (شكل ١)، يمكن التعبير عن

هذه المعاملات بصورة متماثلة:



شكل رقم (١). المنحنيات ابيانية لتشوهات المواد (ا) الخرسانة (ب) الحديد

$$v_m = 1 \quad , \quad |\sigma_m| \leq |\sigma_{m,el}|$$

(٣)

$$v_m = \hat{v}_m \pm (v_o - \hat{v}_m) \sqrt{1 - e_{1m} \eta_m - e_{2m} \eta_m^2} \quad , \quad |\sigma_m| > |\sigma_{m,el}|$$

و

(٤)

$$\eta_m = \frac{\sigma_m - \sigma_{m,el}}{\hat{\sigma}_m - \sigma_{m,el}} = \frac{\tilde{\sigma}_m - \tilde{\sigma}_{m,el}}{1 - \tilde{\sigma}_{m,el}} \leq 1$$

حيث إن:

\hat{v}_m - قيمة v_m عندما تكون $\sigma_m = \hat{\sigma}_m$ (في قمة المنحنى البياني)؛

v_o - معامل تتعلق قيمته بمستوى الإجهاد في المادة؛

e_{1m} ، e_{2m} - معاملات تصف نوع المادة (الخرسانة أو الحديد) $e_{2m} = 1 - e_{1m}$ ،

ومن شروط حل الدالة (٣) يجب أن تكون $e_{1m} < 2$

في المعادلة (٣) تدل الإشارة الموجبة على الفرع الصاعد، والإشارة السالبة على الفرع

النازل من المنحنى البياني لتشوهات الخرسانة؛ بالنسبة للحديد تستخدم الإشارة الموجبة فقط.

من المعادلات (١) و (٢) ينتج:

(٥)

$$\tilde{\sigma}_m = \frac{\tilde{\varepsilon}_m v_m}{\hat{v}_m}$$

وعليه فإن معادلة الدرجة الثانية (٣) عندما $\varepsilon_m > \varepsilon_{m,el}$ يمكن إعادة تنظيمها لتأخذ

الشكل التالي :

$$v_m^2 \left[1 + \frac{e_{2m} (v_o - \hat{v}_m)^2 \tilde{\epsilon}_m^2}{\hat{v}_m^2 (1 - \tilde{\sigma}_{m,el})^2} \right] - v_m \left[2 \hat{v}_m - \right.$$

$$(٦) \quad \left. \frac{\tilde{\epsilon}_m (v_o - \hat{v}_m)^2}{\hat{v}_m (1 - \tilde{\sigma}_{m,el})} \left(e_{1m} - \frac{2 e_{2m} \tilde{\sigma}_{m,el}}{1 - \tilde{\sigma}_{m,el}} \right) \right] +$$

$$+ \hat{v}_m^2 - (v_o - \hat{v}_m)^2 \left(1 + \frac{e_{1m} \tilde{\sigma}_{m,el}}{1 - \tilde{\sigma}_{m,el}} - \frac{e_{2m} \tilde{\sigma}_{m,el}^2}{(1 - \tilde{\sigma}_{m,el})^2} \right) = 0$$

وبهذا الشكل، فإن تحديد v_m من خلال مستوى الانفعالات $\tilde{\sigma}_m$ يؤدي كذلك إلى حل معادلة من الدرجة الثانية، ومن جذري المعادلة (٦) تؤخذ القيمة الكبرى.

المنحنى البياني لتشوه الخرسانة

بالاستناد إلى التجارب المختبرية [3] وعن طريق تحليل النتائج المستحصلة تم تحديد معاملات الدالة v_m ، فتبين أن العلاقات (٢) و (٣) تمثل، بصورة مقاربة جدا وناجحة، المنحنى البياني لتشوه الخرسانة، المعرضة للضغط المحوري [4]، عندما تؤخذ:

$$(٧) \quad \hat{v}_m = \hat{v}_b = \frac{\hat{\sigma}_b}{|\hat{\epsilon}_b| E_b}$$

حيث إن:

$$|\hat{\epsilon}_b| \approx 0.002 \quad ; \quad \tilde{\sigma}_{b,el} = 0 \quad ; \quad \tilde{\epsilon}_{b,el} = 0$$

$$(٨) \quad v_o = 1 \quad ; \quad \tilde{\epsilon}_b \leq 1$$

$$v_o = 2.05 \hat{v}_b \quad , \quad \tilde{\varepsilon}_b > 1$$

$$(9) \quad e_{1b} = 1.72 - 1.82 \hat{v}_b \quad , \quad \tilde{\varepsilon}_b \leq 1$$

$$e_{1b} = 1.95 \hat{v}_b - 0.138 \quad , \quad \tilde{\varepsilon}_b > 1$$

المنحنى البياني لتشوه الحديد

عند تحديد المنحنى البياني الإبتدائي لتشوه الحديد تضاف إلى الخواص الميكانيكية المذكورة أعلاه E_s , $\tilde{\sigma}_{s,el}$, $\tilde{\varepsilon}_{s,el}$, $\hat{\sigma}_s$, $\hat{\varepsilon}_s$, خواص أخرى مثل، حد الخضوع σ_y أو حد الخضوع الاصلحي $\sigma_{0.2}$ ، وما يقابله من قيم للانفعالات $\varepsilon_{0.2}$ ومعامل الانفعالات المرنة $v_{0.2}$ ، حيث إن

$$(10) \quad \varepsilon_{0.2} = \frac{\sigma_{0.2}}{E_s} + 0.002$$

$$(11) \quad v_{0.2} = \frac{\sigma_{0.2}}{E_s \varepsilon_{0.2}}$$

وكذلك حد المرونة، الذي يحدد بالمعادلة $\sigma_{s,el} = \beta_{el} \sigma_{0.2}$ ، حيث إن β_{el} - معامل تؤخذ قيمته ثابتة في حدود فئة الحديد.

إن المعامل المجهول e_{1s} يحدد من مساواة انفعالات (10) والانفعالات المحسوبة بالعلاقات (2) و(3) بأخذ

$$\sigma_s = \sigma_{0.2} \quad ; \quad \tilde{\sigma}_s = \tilde{\sigma}_{0.2} = \frac{\sigma_{0.2}}{\hat{\sigma}_s}$$

ليصبح

$$(12) \quad e_{ls} = \frac{(\nu_0 - \hat{\nu}_s)^2 (\eta^2_{0.2} - 1) + (\nu_{0.2} - \hat{\nu}_s)^2}{(\eta^2_{0.2} - \eta_{0.2}) (1 - \hat{\nu}_s)^2} \leq 2$$

حيث إن

$$\hat{\nu}_s = \frac{\hat{\sigma}_s}{E_s \hat{\varepsilon}_s} ; \quad \eta_{0.2} = \tilde{\sigma}_{0.2} \frac{1 - \beta_{el}}{1 - \beta_{el} \tilde{\sigma}_{0.2}} ; \quad \nu_0 = 1$$

ونشير هنا إلى قيم بعض الخواص الميكانيكية للمنحنى البياني $(\sigma_s - \varepsilon_s)$ ، والتي تخص بعض الأنواع من فئات الحديد. فبالنسبة إلى الحديد الطري الذي يتميز بمنطقة الخضوع واضحة تعتبر قيم $\hat{\sigma}_s$ و $\hat{\varepsilon}_s$ كميات اصطلاحية. وهذه القيم تنتمي إلى الإجهادات والانفعالات في نهاية منطقة الخضوع (شكل اب) لتكون

$$(13) \quad \hat{\sigma}_s = (1.01 : 1.03) \sigma_y ; \quad \hat{\varepsilon}_s = \frac{\hat{\sigma}_s}{E_s} + \lambda_y ;$$

$$\sigma_{0.2} = 0.99 \sigma_y ; \quad \beta_{el} = 0.97$$

حيث إن λ_y - طول منطقة الخضوع، ويؤخذ مساوياً $\lambda_y = 0.015$ بالنسبة إلى الحديد من فئات A-I و A-II و A-III بالنسبة إلى الحديد من فئة A-III

إن هذا عادةً يعتبر كافياً لإجراء التصميم والحسابات الهندسية للعناصر الخرسانية المسلحة باستخدام المخططات البيانية لتشوهات الخرسانة والحديد. ولكن في بعض الأحيان، وعندما يدخل الحديد الطري في منطقة الصلادة، يوصى باستخدام المنحنى البياني المزدوج، المتكون من فرعين أحدهما تم ذكره أعلاه، ينتهي في نقطة النهاية لمنطقة الخضوع (ذات الإحداثيات $\sigma_s = \hat{\sigma}_s$ ؛ $\varepsilon_s = \hat{\varepsilon}_s$)، وثانيهما يكمل الفرع الأول ليواصل من هذه النقطة حتى يصل إلى

النقطة ذات الإحداثيات $\sigma_s = \hat{\sigma}_s$ ؛ $\varepsilon_s = \hat{\varepsilon}_s$ ، والتي تقابل قمة المقاومة عند حـد القطع للحديد (شكل ١ ب).

يمكن تمثيل الفرع الثاني للمنحنى البياني لتشوه الحديد الطري باستخدام العلاقات (٢) ، (٣) ، (٦) و (١٢) وبأخذ

$$(١٤) \quad \tilde{\sigma}_s = \frac{\sigma_s}{\hat{\sigma}_s} \quad ; \quad \hat{v}_s = \frac{\hat{\sigma}_s}{E_s \hat{\varepsilon}_s} \quad ;$$

$$\tilde{\varepsilon}_s = \frac{\varepsilon_s}{\hat{\varepsilon}_s} \quad ; \quad v_0 = \frac{\hat{\sigma}_s}{E_s \hat{\varepsilon}_s}$$

بالإضافة إلى نقطة أخرى C على الفرع الثاني للمنحنى المزدوج (شكل ١ ب) بالإحداثيات التالية :

$$(١٥) \quad \sigma_{s(c)} \approx 1.2 \sigma_y \quad ; \quad \varepsilon_{s(c)} = 0.05 + \frac{\sigma_{s(c)}}{E_s}$$

بواسطة

$$v_{s(c)} = \frac{\sigma_{s(c)}}{E_s \varepsilon_{s(c)}} \quad \text{و} \quad \eta_{s(c)} = \frac{\sigma_{s(c)} - \hat{\sigma}_s}{\hat{\sigma}_s - \hat{\sigma}_s}$$

أعطت العلاقة التحليلية (٢) نتائج مقارنة جداً عند وصفها لتشوه الخرسانة وكل أنواع الحديد (الطري، عالي المقاومة) تحت تأثير الأحمال الخارجية [4] .

مقاومة المقاطع العمودية على محور العنصر الطولي في العناصر الخرسانية المسلحة تعتمد الطريقة المقترحة لحساب مقاومة المقاطع العمودية على محور العنصر الطولي على

الفرضيات التالية:

- المقطع العرضي مصمم بشكل يضمن مقاومة التثبيت ومقاومة المقاطع المائلة على المحور الطولي للعنصر، وأن الأهيبار لا يتم بسبب هذه العوامل؛
 - تخضع زيادة الانفعالات في حدود مجال المقطع العرضي للتوزيع الخطي؛
 - يعتبر المقطع التصميمي هو المقطع الواقع بين شقين متجاورين، والذي يعامل كجسم مصمت في كل مراحل التحميل ولحد الأهيبار؛
 - تؤخذ المنحنيات البيانية الكاملة لتشوهات الخرسانة، المعرضة للشد أو الضغط، وتشوهات الحديد (شكل ١)، بمثابة مخططات حقيقية للتشوه؛
 - تعامل الخرسانة والحديد على أساس مادة مرنة - لا خطية؛
 - يضاف إلى الإجهادات الأولية (الانفعالات) في الحديد قيمة الإجهادات (الانفعالات) الناتجة عن إنكماش وزحف الخرسانة؛
 - ترتبط الإجهادات الكلية مع الانفعالات الكلية في الخرسانة والحديد من خلال معامل المرونة القاطعي المناسب (secant modulus of elasticity).
- ومن ثم تستخدم العلاقات الأساسية للميكانيك للحصول على العلاقات التناسبية القابلة للحل، والمطلوبة لتحديد مقاومة المقطع العمودي في العنصر الإنشائي (شكل ٢). حيث تأخذ المعادلات الإستاتيكية الشكل التالي

$$N = \int_{\Omega_b} \sigma_b ds + \sum_{i=1}^m \sigma_{si} A_{si}$$

$$(16) \quad M_x = \int_{\Omega_b} \sigma_b y ds + \sum_{i=1}^m \sigma_{si} A_{si} y_{si}$$

$$M_y = \int_{\Omega_b} \sigma_b x ds + \sum_{i=1}^m \sigma_{si} A_{si} x_{si}$$

حيث إن

N - القوة الطولية M_x - عزم الانحناء في المستوي OYZ ؛ M_y - عزم الانحناء في المستوي

؛ Oxz

Ω_b - المنطقة، التي تشغلها الخرسانة؛

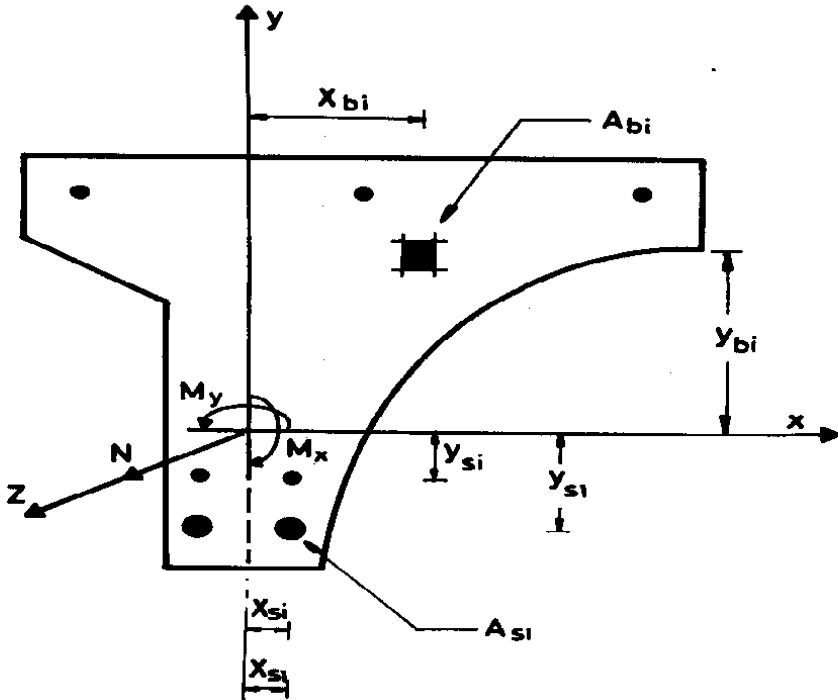
σ_b - الإجهادات في الخرسانة؛

m - عدد أسياخ الحديد الطولي في المقطع العرضي؛

σ_{si} - الإجهادات في سبيخ الحديد الطولي i ؛

A_{si} - مساحة المقطع العرضي لسبيخ الحديد i ؛

x_{si} ، y_{si} - بعد مركز ثقل مقطع سبيخ الحديد الطولي i عن المحاور الإحداثية المختارة (انظر شكل ٢).



شكل رقم (٢). الاتجاه الموجب للقوى المؤثرة على المقطع العمودي.

وعليه، فإن العلاقة الفيزيائية سوف تأخذ الشكل التالي :

$$(١٧) \quad \sigma = \bar{E} \varepsilon = E \nu \varepsilon$$

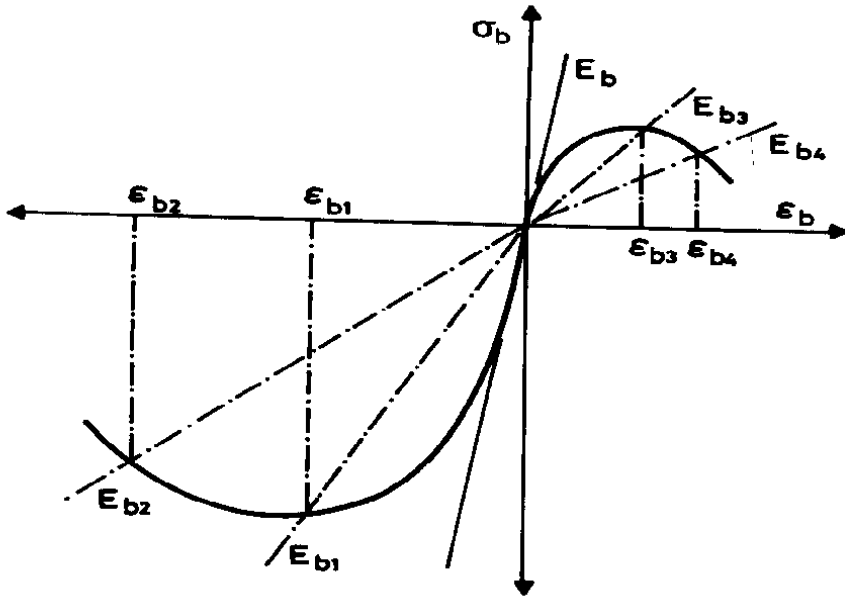
وهنا

$$(١٨) \quad \bar{E} = E \nu = \bar{E}_b, \quad x, y \in \Omega_b$$

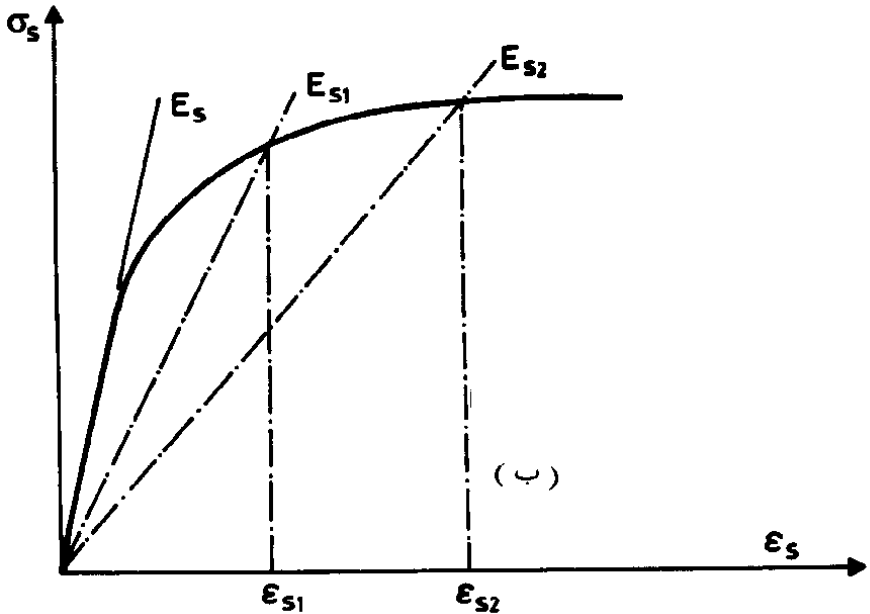
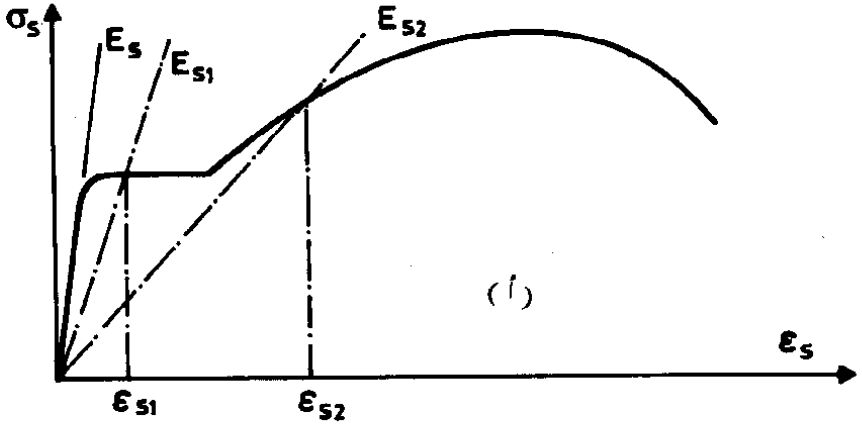
$$\bar{E} = E \nu = \bar{E}_s, \quad x, y \in \Omega_s$$

حيث إن

\bar{E} - معامل المرونة القاطعي للمادة، الذي يعتمد على مستوى الإنفعالات الحاصلة، وبحسب
مساعدة المخططات البيانية الإبتدائية للمادة (شكلي ٣ و ٤)؛
 Ω_s - المنطقة، التي تشغلها أسياخ الحديد الطولي.



شكل رقم (٣). طبيعة تغير معامل المرونة القاطعي للخرسانة.



شكل رقم (٤). طبيعة تغيير معامل المرونة القاطعي (أ) لحديد الطري (ب) لحديد عالي المقاومة

إن العلاقة الكينماتيكية، التي تربط الانفعالات الطولية لنقاط المقطع مع الانفعال في مستوى محور العنصر تكتب بالصورة التالية:

$$(١٩) \quad \varepsilon = \varepsilon_0 + K_x y + K_y x$$

وهنا

ε_0 - الانفعال في مستوى المحور الطولي للعنصر؛

K_x - تقوس محور العنصر في المستوي OYZ ؛

K_y - تقوس محور العنصر في المستوي OXZ .

بتعويض (١٧) و(١٩) في (١٦) وبعد إعادة الترتيب نحصل على منظومة المعادلات

التالية:

$$(٢٠) \quad \begin{Bmatrix} N \\ M_x \\ M_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ K_x \\ K_y \end{Bmatrix}$$

وفيها

$$(٢١) \quad C_{11} = \int_{\Omega_b} E_b v_b ds + \sum_{i=1}^m E_{si} v_{si} A_{si}$$

$$(٢٢) \quad C_{12} = C_{21} = \int_{\Omega_b} E_b v_b y ds + \sum_{i=1}^m E_{si} v_{si} y_{si} A_{si}$$

$$(٢٣) \quad C_{13} = C_{31} = \int_{\Omega_b} E_b v_b x ds + \sum_{i=1}^m E_{si} v_{si} x_{si} A_{si}$$

$$(٢٤) \quad C_{22} = \int_{\Omega_b} E_b v_b y^2 ds + \sum_{i=1}^m E_{si} v_{si} y_{si}^2 A_{si}$$

$$(٢٥) \quad C_{23} = C_{32} = \int_{\Omega_b} E_b v_b x y ds + \sum_{i=1}^m E_{si} v_{si} x_{si} y_{si} A_{si}$$

$$(٢٦) \quad C_{33} = \int_{\Omega_b} E_b v_b x^2 ds + \sum_{i=1}^m E_{si} v_{si} x_{si}^2 A_{si}$$

حيث إن

C_{11} - الصلادة المحورية، التي تعتمد على مستوى التحميل (من خلال \bar{E}_b , \bar{E}_{si}) والصفات الهندسية للمقطع العرضي (من خلال مساحة المقطع الخرساني، A_{si})؛

C_{12} - صلادة الانحناء المحورية، التي تعكس التأثير المتبادل للقوة الطولية (ضاغطة كانت أم شادة) مع عزم الانحناء في إتجاه المحور Y ؛ والتي تعتمد على الخواص الهندسية للمقطع العرضي،

حالة الإجهاد - الانفعال الحاصلة واختيار موقع وإتجاه المحاور الإحداثية؛

C_{13} - صلادة الانحناء المحورية، التي تعكس التأثير المتبادل للقوة الطولية مع عزم الانحناء في إتجاه المحور X ؛

C_{22} - صلادة الانحناء في إتجاه المحور Y ، التي تعتمد على الخواص الهندسية للمقطع العرضي، مستوى حالة التشوه الحاصلة واختيار موقع وإتجاه المحاور الإحداثية؛

C_{23} - الصلادة، التي تعكس التأثير المتبادل للانحناء في إتجاه المحاور X و Y ، التي تعتمد على خواص المقطع الهندسية، مستوى حالة التشوه وموقع المحاور المختارة؛

C_{33} - صلادة الانحناء في إتجاه المحور X .

إن التكامل المباشر للمعادلات من (٢١) إلى (٢٦) غير معرف رياضياً، لأن معامل المرونة

القاطعي يعتمد على قيمة الانفعالات الحاصلة في المادة، ولهذا يلجأ إلى إجراء التكامل بالطرق العددية.

لهذا وكحالة عامة، يغطي المقطع العرضي الواقع قيد الدراسة بشبكة ثنائيته، وعلى الأغلب متعامدة الخطوط. بعد ذلك يتم أخذ متوسط الإجهادات (الانفعالات) في حدود كل خلية من خلايا هذه الشبكة، ليستعاض عن المجموع اللانهائي في المعادلات من (٢١) إلى (٢٦) بواسطة المجموع النهائي، الذي يكون حده الأعلى مساو إلى عدد خلايا الشبكة الحاصلة. وهذا تأخذ عناصر مصفوفة الصلادة الشكل التالي:

$$(٢٧) \quad C_{11} = \sum_{i=1}^k E_{bi} v_{bi} A_{bi} + \sum_{i=1}^m E_{si} v_{si} A_{si}$$

$$(٢٨) \quad C_{12} = C_{21} = \sum_{i=1}^k E_{bi} v_{bi} y_{bi} A_{bi} + \sum_{i=1}^m E_{si} v_{si} y_{si} A_{si}$$

$$(٢٩) \quad C_{13} = C_{31} = \sum_{i=1}^k E_{bi} v_{bi} x_{bi} A_{bi} + \sum_{i=1}^m E_{si} v_{si} x_{si} A_{si}$$

$$(٣٠) \quad C_{22} = \sum_{i=1}^k E_{bi} v_{bi} y_{bi}^2 A_{bi} + \sum_{i=1}^m E_{si} v_{si} y_{si}^2 A_{si}$$

$$(٣١) \quad C_{23} = C_{32} = \sum_{i=1}^k E_{bi} v_{bi} x_{bi} y_{bi} A_{bi} + \sum_{i=1}^m E_{si} v_{si} x_{si} y_{si} A_{si}$$

$$(٣٢) \quad C_{33} = \sum_{i=1}^k E_{bi} v_{bi} x_{bi}^2 A_{bi} + \sum_{i=1}^m E_{si} v_{si} x_{si}^2 A_{si}$$

حيث إن

k - عدد الخلايا (الشرائح) الفعالة للخرسانة؛

A_{bi} - مساحة المقطع العرضي لشريحة الخرسانة i ؛

x_{bi} ، y_{bi} - بعد المركز الهندسي للمقطع العرضي لشريحة الخرسانة i عن المحاور الإحداثية

المختارة.

المعادلة (٢٠) من الممكن إعادة كتابتها بصورة أخرى لنحصل على

$$(٣٣) \quad \{F\} = [C] * \{\lambda\}$$

حيث إن

$$\{F\} = \{N, M_x, M_y\}^T \text{ - متجه القوى ؛}$$

$$[C] \text{ - مصفوفة صلادة المقطع ؛}$$

$$\{\lambda\} = \{\varepsilon_0, K_x, K_y\}^T \text{ - متجه التشوهات المحورية....}$$

ونظرا لأن عناصر مصفوفة صلادة المقطع تعتمد على معاملات المرونة القاطعية للمواد، والأخيرة بدورها - تعتمد على حالة الإجهاد - الانفعال الحاصلة، فإن (٣٣) ستأخذ الشكل الجديد التالي:

$$(٣٤) \quad \{F\} = [C(\varepsilon)] * \{\lambda\}$$

حيث يمكن تحديد حالة التشوه الموجودة في المقطع العرضي بواسطة الانفعالات المحورية (١٩)، وعليه يمكن كتابة (٣٤) بصورة أخرى لتصبح

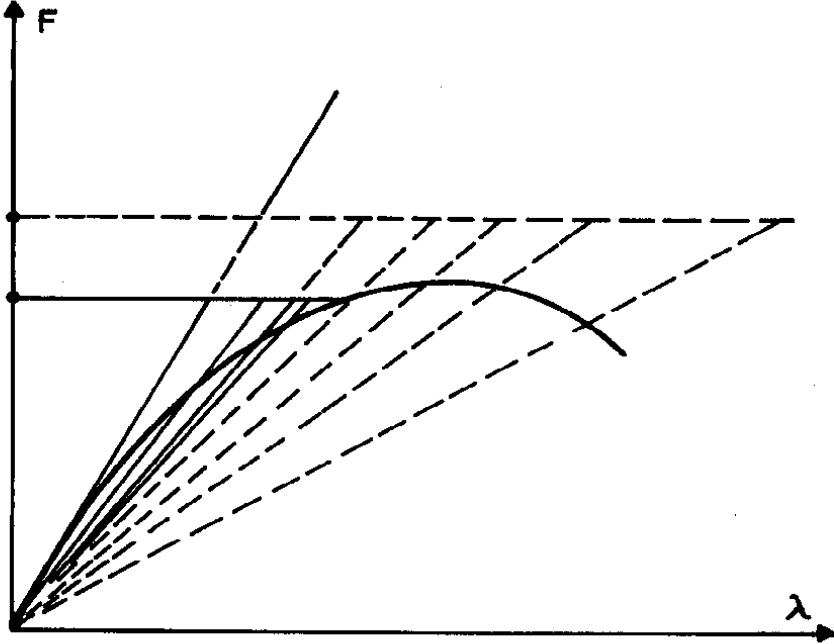
$$(٣٥) \quad \{F\} = [C(\lambda)] * \{\lambda\}$$

وبهذا الشكل، فإن المنظومة اللاحظية (٣٥) لحساب مقاومة المقطع العمودي في العناصر الخرسانية المسلحة تعتبر منظومة قابلة للحل.

المخطط التكراري لحل العلاقات التناسبية

لحل منظومة المعادلة اللاحظية (٣٥) تستخدم الطريقة التكرارية لمعامل المرونة القاطعي،

التي يكون مخططها التكراري بالشكل التالي (أنظر شكل ٥):



شكل رقم (٥). مخطط العمليات التكرارية بالاستناد على طريقة معامل المرونة القاطعي.

$$\{ F \} = [C(\lambda_{i-1})] * \{ \lambda_i \}$$

$$(36) \quad \{ \lambda_0 \} = 0$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, \dots$$

إن معيار تقارب العملية التكرارية (36) هو توافر الشرط التالي:

$$(37) \quad \| \lambda_i - \lambda_{i-1} \| < \delta$$

حيث إن

λ_i, λ_{i-1} - متجهات الانفعالات المحورية في الخطوات التكرارية الجارية والسابقة على التوالي؛
 δ - قيمة عددية صغيرة جدا.

أما تباعد العملية التكرارية فهو معيار للاختيار الموضوعي للمادة، وعلى الأخص، انقطاع الحديد أو تمشم الخرسانة في العنصر الخرساني المسلح.

إن الطريقة المبينة تسمح بالتأكد من مقاومة المقطع العمودي على المحور الطولي للعنصر الخرساني المسلح عند كل مرحلة تحميل. وإن تقارب العملية التكرارية للمنظومة (٣٥) يعني أن مقاومة المقطع العمودي متوافرة بالنسبة إلى الحمل الموجود، أما التباعد فهو دليل على عدم قابلية المقطع على تحمل الأحمال الموجودة.

لتحديد السعة الحملية للعنصر الإنشائي F_* تستخدم الطريقة العددية التكرارية المسماة بطريقة التنصيف (القسمة على اثنين)، والتي تتضمن التالي:

يؤخذ المدى (F_1, F_2) والذي فيه يقع المتجه المطلوب F_* . ليكن عند F_1 تحصل (٣٥) على حل، أما عند F_2 فلا تحصل (٣٥) على حل. يؤخذ بعدها متجه القوى الخارجية الجديد $F = 0.5 (F_1 + F_2)$. ففي هذه الحالة، إذا كان عند F تتقارب متجهات الانفعالات المحورية للخطوات التكرارية الجارية والسابقة (أي أن (٣٥) لها حل)، عليه يؤخذ مدى جديد (F, F_2) . أما إذا كان عند F تتباعد متجهات الانفعالات المحورية (أي أن (٣٥) ليس لها حل)، يؤخذ المدى (F, F_1) . تكرر هذه العملية عدة مرات لحين الحصول على مدى صغير جدا، والذي خلاله يقع المتجه المطلوب F_* . إن عدد المرات المطلوبة لتكرار هذه العملية يؤخذ من شروط دقة تحديد السعة الحملية. أما قيمة المتجه F_* فتؤخذ كمتوسط المدى الأخير الحاصل.

إن حل العلاقات التناسبية يتطلب استخدام الحاسبات الإلكترونية الحديثة، ولهذا تم إعداد برنامج عام لتحليل العناصر الخرسانية المسلحة بالاستناد إلى هذه الطريقة.

Reference

- [1] Sandor, Popovics. "A Review of Stress - Strain Relationships for Concrete." *ACI Journal*, No.3 (1970), 243-248.
- [2] Korpenko, N.I., Mukhamediev, T.A. and Petrov, A.N. "The Initial and Transformed Stress - Strain Diagrams of Steel and Concrete." *Special Publication*, Stress - Strain Condition for Reinforced Concrete Construction, Reinforced Concrete Research Center, Moscow, (1986), 7-25.
- [3] Korpenko, N.I., Mukhamediev, T.A. and Petrov, A.N. "The Use of Transformed Concrete Stress - Strain Diagrams in Construction Design." *Special Publication*, The Limit State of Concrete and Reinforced Concrete Construction, Energyatomizdat, Leningrad, (1986), 170-180.
- [4] Oukaili, Nazar Kamel. "Strength of Partially Prestressed Concrete Elements with Mixed Reinforcement by Highly Strength Strands and Steel Bars." *Ph.D Thesis*, Moscow Civil Engineering University, Russia, 1991.

Moment Capacity and Strength of Reinforced Concrete Members Using Stress - Strain Diagrams of Concrete and Steel

Oukaili Nazar Kamel Ali

*Civil Engineering Department, College of Engineering and Technology
Sebha University, P.O.Box 68, Brak Al-Shatti, Libya*

(Received 5/1/1997; accepted for publication on 30/6/1997)

Abstract. The progress of analytical methods of reinforced concrete members is closely related to the direct use of stress - strain diagrams of concrete and steel, which take into consideration the type of loading system and time - dependent effects. In this paper, a mathematical model is devised to predict the strength and load or moment capacity for reinforced concrete members which are subjected to bi-axial bending moment and normal force which may be concentric or eccentric. The proposed model is based on the real stress - strain diagrams of materials. The structural members might take any geometrical form in cross section. The region occupied by concrete may consist of several subregions of different physical - mechanical properties, when the used concrete have different classes. In accordance with this model, the member cross section is covered by a mesh with the smallest cells. After that, stress (strain) is determined in each cell and the integral substituted by the process of summation to define the elements of stiffness matrix. The force vectors equations have nonlinear behavior. However in this model, these nonlinear equations are changed to linear equations by using the iteration methods with fixity of secant modulus of elasticity in the current iteration cycle.