

## معالجة الفروق الناتجة عن مقارنة إحداثيات شبكة المثلثات من الدرجة الأولى والثانية والناتجة عن الحسابات التقليدية مع نظائرها الناتجة عن القياسات بواسطة نظام GPS

عبدالرزاق عايد عجاج

أستاذ مساعد في قسم الهندسة الطبوغرافية، كلية الهندسة المدنية، جامعة دمشق  
ajajar59@yahoo.com, a-ajaj@aiu.edu.sy

(قدم للنشر في ١٩/١٠/١٤٣٤هـ؛ وقبل للنشر في ٢٨/٣/١٤٣٥هـ)

الكلمات المفتاحية: معالجة الفروق ( $D_x, D_y$ )، الترشيح، شبكة المثلثات، قياسات نظام GPS، الاختبار الإحصائي.

**ملخص البحث.** إن معالجة الفروق  $D_x$  و  $D_y$  والناتجة عن مقارنة إحداثيات الشبكتين من الدرجتين الأولى والثانية مع قياسات نظام GPS للنقاط ذاتها، تفضي إلى طرح مسألة ترشيح هذه الفروق بمرشح من الدرجة الأولى كما هو مقترح في هذا البحث يؤدي إلى حذف الأخطاء العرضية المتوفرة في كل من  $D_x$  و  $D_y$  ويبقي على الجانب النظامي في هذه الفروق، حيث يمكن تصحيح إحداثيات نظام GPS من الجزء النظامي لنحصل بالنهاية على إحداثيات مصححة جديدة معينة بالعلاقتين التاليتين:  $X' = x - Z_x$  و  $Y' = y - Z_y$  ولتصبح هذه الإحداثيات مادة تتم معالجتها مستقبلاً بتحويلات هيلميرت. أظهرت نتائج تحليل التصحيحين  $Z_x$  و  $Z_y$  أن الاتجاه العام للانسحاب هو الشمال لمعظم النقاط، وبعضها يظهر انسحاباً باتجاه آخر يمكن تعليقه بانزلاقات موضعية وبطيئة لهذه النقاط وهذا ما يؤكد حركة النقاط المثلثاتية المحتملة تحت تأثير الحركات الزلزالية البطيئة والمتواترة التي تطول القشرة الأرضية.

### المقدمة

(١٩٩٩م)، (عجاج، مقدسي، بني، شرايه،

٢٠٠٤م). لقد أظهرت المقارنة كما هو متوقع فروقاً

كبيرة لبعض النقاط وأسباب ذلك هي التالية:

١- إن تعيين إحداثيات نقاط الشبكتين الأولى والثانية

قد أنجز سابقاً بحسابات جيوديزية متكاملة في

شبكة المثلثات أحياناً متوخين تصحيح قياسات

طرحت هذه المسألة على عديد من الدول كانت قد

شرعت في قياسات مماثلة على نقاط الشبكتين من

الدرجة الأولى والثانية وذلك من أجل التعرف على

مدى صحة الإحداثيات ( $X, Y$ ) لهذه النقاط التي جرى

تعيينها قبل قرن من الزمن (بني، مراد، مطرجي،

أما بالنسبة لتأثير خطأ سمت توجيه الشبكة على سطح الإهليلج والذي قدره  $m_A = 0.2''$ ، فيولد انتقالاً عرضياً في نهاية سلسلة من المثلثات من الدرجة الأولى طولها 1000 km، على سطح الإهليلج معطى بالعلاقة:

$$m_{s''} = \frac{0.2''}{206265} \times 1000000 = 0.97 m$$

وهي قيم مرتبطة بسلسلة مثلثات تنتشر على الإهليلج المرجع Datum (Ogorodova, 2006). هذه الأخطاء العرضية تنعكس على حسابات شبكة المثلثات لتوزع على نقاط الشبكة عند حساب تعديلها بطريقة المربعات الصغرى Method of Least Squares، في حين جرى تقليصها في قياسات الـ GPS.

٣- إنَّ بناء نقاط الشبكتين الأولى والثانية على قمم الجبال من أجل تأمين الرؤية المتبادلة بينها يعرض هذه النقاط إلى الانزلاقات، أي لا يمكن أن نعتبر نقاط المثلثات في الشبكتين والتي جرت القياسات فوقها قبل قرن من الزمن تقريباً بقيت ثابتة في مكانها لاسيما في مناطق جبلية حيث نموها الالتوائي EPIROGENESE (حركة بطيئة في الزمن ومنتشرة على امتداد واسع في المكان ولا تترك تشققات في سطح الأرض) مستمر كما هو الحال في جبال الألب السويسرية. وبعبارة أخرى إنَّ قياسات إحداثيات الشبكتين بنظام GPS، قد

الاتجاهات الأفقية قبل أية معالجة من تأثير ارتفاعات النقاط المرصودة من ناحية، ومن تصحيح الخط الجيوديزي Geodetic line من ناحية أخرى. في حين أنَّ تعيين إحداثيات هذه النقاط باستخدام نظام الـ GPS يتم بشكل منعزل نقطة فنقطة، أي أنَّ الاختلاف لحدِّ ما ناتج عن أسلوب المعالجة في الطريقتين.

٢- إنَّ حساب الشبكات المثلثاتية بالطريقة التقليدية يستند إلى قياسات فلكية (B, L) للطول والعرض وكذلك إلى قياس سمت ضلع من الأضلاع فلكياً في النقطة الأساسية وذلك من أجل توجيه الشبكة على سطح الإهليلج Ellipsoid المعتمد. ومن المؤكَّد أن دقة التيودوليت المستخدم آنذاك لم تكن كما هي عليه الآن. يمكن أن نقبل خطأً على الطول والعرض في النقطة الأساسية  $m_B = m_L = 0.2''$  وبذلك يكون الخطأ الخطي وفي كلا الاتجاهين على إحداثيات النقطة الأساسية في الشبكة من الدرجة الأولى على سطح الإهليلج Ellipsoid معطى بالعلاقة:

$$m_s = \frac{m_{B_0}''}{206265} \times R$$

وقدره باتجاه خط العرض  $m_{s'} = R \times \cos B_0'' \times m_{L_0}$ . فإذا قبلنا قيمة واحدة لهذا الخطأ على قياس كل من العرض  $B_0$  والطول  $L_0$  في النقطة الأساس يكون لدينا:

$$m_s = m_{s'} = \frac{0.2''}{206265} \times 6400000 = 6.2 m$$

قياسين أحدهما تقليدي معروف والآخر حديث ينطوي على استخدام نظام الـGPS.

### منهجية البحث

تقتضي منهجية البحث اتباع الخطوات التالية :

- عرض الأخطاء العرضية المتوفرة في الشبكات المثلثاتية القديمة ومدى تأثيرها في دقة الإحداثيات الجيوديزية (B, L) ومن ثم تأثيرها في دقة إحداثيات الإسقاط.
- جرى التقويم الإحصائي للفروق ( $D_x, D_y$ ) والناجمة عن مقارنة الإحداثيات للتعرف على خضوع هذه الفروق للتوزيع النظامي (توزيع غاوص) أو ابتعادها عنه.
- جرى اقتراح طريقة ترشيح فروق الإحداثيات  $D_x, D_y$  ترشيحاً يرمزُ بمرشح من الدرجة الأولى ساعياً إلى حذف الأخطاء العرضية المتوفرة في الفروق.
- معالجة الفرقين ( $D_x, D_y$ ) كلٌّ على حده.
- تحديد طريقة معينة لحساب أمثال الوزن يمكننا من حساب الخطأ على كل قيمة مصححة ( $X', Y'$ ) وذلك لأنَّ مثل هذا الحساب يصبح ضرورة ملحة للتعرف على خطأ كلِّ قيمة مصححة.

يكون منجزاً على نقاط مختلفة عن النقاط الأساسية نتيجة لهذه الحركة.

إنَّ الأسباب المذكورة أعلاه تفسر الفروق الكبيرة عند المقارنة بين إحداثيات شبكة المثلثات المرصودة قديماً والإحداثيات الحديثة الناتجة عن نظام الـGPS.

### هدف البحث

يهدف البحث إلى اقتراح أسس رياضية لمعالجة الفروق الناتجة عن المقارنة بين إحداثيات شبكة المثلثات التقليدية المستوية والإحداثيات الجديدة المستوية الناتجة عن قياسات الـGPS، من أجل ملائمة إحداها مع الأخرى، ليصبح استخدام قياسات نظام الـGPS ممكناً في أعمال المساحة التفصيلية. كما يهدف البحث إلى التأكد من صحَّة إحداثيات شبكة المثلثات التقليدية المرصودة قديماً ومدى ثبات تلك النقاط في مواقعها الأساسية (أي اختبار الانزلاق نتيجة للحركة الالتوائية البطيئة المستمرة)، وخاصةً أنَّ شبكة المثلثات المرصودة قديماً هي الشبكة الرئيسة المعتمدة بعد أن جرى تضيقها بشبكات مثلثات من درجات أدنى من أجل وضع المخططات ذات الاستخدام العملي هندسياً.

### مشكلة البحث

تكمن مشكلة البحث في إيجاد طريقة لمعالجة فروق الإحداثيات لنقاط الشبكة المثلثاتية الناتجة عن

### الدراسات النظرية السابقة للبحث

إنَّ الدراسات النظرية حول احتمال حركة نقاط لشبكات مثلثاتية من الدرجتين الأولى والثانية كانت محدودة بسبب عدم توفر أدوات قياس جديدة مستقلة عن الأسلوب القديم المعروف آنذاك ولذلك نجد في المراجع دراسات متناثرة ومحدودة تمت في جبال الألب وأعطت مؤشرات على هذه الحركة. كانت الفكرة الأساسية في هذه الدراسة اختيار ثلاث نقاط جيوديزية وتعيين إحداثيات كل نقطة من المثلث بتقاطعين من النقطتين الأخريين والمفروض ثباتهما، حيث الانتهاء إلى نتيجة محدودة كان ممكناً بصورة تقريبية في حين أنَّ الفروق ( $D_x, D_y$ ) قدمت إمكانية دراسة حركة هذه النقاط بشكل شامل، وطريقتنا المقترحة في البحث تنهج هذا النهج.

### الاختبارات الإحصائية لتوزع $D_x, D_y$

تحتوي الفروق ( $D_x, D_y$ ) الناتجة عن المقارنة بين إحداثيات شبكة المثلثات المرصودة قديماً والإحداثيات الحديثة الناتجة عن نظام GPS على جزء نظامي إلى جانب الجزء العرضي:

$$D_y = y - Y \quad \text{و} \quad D_x = x - X$$

حيث (X, Y) إحداثيات مستوية ناتجة عن نظام الإسقاط Projection System لنقاط شبكة المثلثات من الدرجتين الأولى والثانية و (x, y) إحداثيات مستوية أيضاً نتجت عن قياسات نظام GPS (Norman et al., 1995) (V). إنَّ

تصور طريقة تسعى إلى تعيين الجزء النظامي في الفرقين  $D_x, D_y$  يبقى مطروحاً وملحاً وعلينا أن نسعى دائماً إلى تصحيح المقدارين  $D_x, D_y$  من الجزئين النظاميين المتوفرين فيهما قدر الإمكان.

يشكل كلٌّ من الفرقين  $D_x, D_y$  مجتمعةً إحصائياً يتطلب اختباراً بالنسبة للمسلمتين الأساسيتين Axiom في توزع غاوس C.F. Gauss.

نطبق الاختبارات الإحصائية معتبرين كلاً من الفرقين  $D_x, D_y$  بشكل مستقل عن الآخر (Barry et al., 2009):

١- اختبار الجمع  $\sum D_x$  في التوزع النظامي Normal Distribution يكون معدوماً.

٢- اختبار الزيادة Excess بتطبيق العلاقة المعروفة:

$$E = \frac{m_4}{m_2^2} - 3$$

٣- اختبار التحيز Bias بتطبيق العلاقة المعروفة أيضاً:

$$g = \frac{m_3}{m_2^{3/2}}$$

حيث  $m_1, m_2, m_3, m_4$  هي عزوم التوزع من الدرجة الأولى والثانية والثالثة والرابعة وهي معطاة بالعلاقات التالية:

$$m_1 = \frac{1}{n} \sum (x - \bar{x}) f_i$$

$$m_2 = \frac{1}{n} \sum (x - \bar{x})^2 f_i$$

$$m_3 = \frac{1}{n} \sum (x - \bar{x})^3 f_i$$

$$m_4 = \frac{1}{n} \sum (x - \bar{x})^4 f_i$$

(1)

الطريقة المقترحة على كل من الفرقين  $D_X, D_Y$  بغية تخليصهما من الجزء العرضي.

إنّ كلاً من الفرقين  $D_X, D_Y$  يمثّل إشارة Signal تحمل ضجيجاً Noise هو الجزء العشوائي المتوفر في الفرق. من أجل ذلك نقترح بناء مرشح لكل من الفرقين  $D_X, D_Y$  مسبقاً (Wassouf, 1997).

إن المقصود ببناء مرشح Filter رياضي هو اقتراح نموذج هندسي رياضي معادلته محدّدة نستطيع بواسطته حساب هذه الفروق على هذا السطح لتتوب عن الفروق الأساسية التي نتجت عن مقارنة إحدائيات نقطة محددة في النظامين: نظام الإسقاط Projection System لنقاط شبكة المثلثات ونظام الـ GPS، أي نسعى لحذف الخطأ العرضي من الفرق.

### معادلة مرشح الفروق لكل من $D_X$ و $D_Y$

المرشح الذي نقترحه هو مستو لكل من الفرقين يتلاءم أفضل ما يمكن مع الفروق الناتجة عن المقارنة، وبعبارة أخرى لدينا فضاء ثلاثي الأبعاد لكل من  $D_X$  و  $D_Y$  (الشكل رقم ١ "أ" و "ب"). إن اختيارنا لهذا المرشح يستند إلى كونه أبسط المرشحات ويعطي نتائج مرضية تعزل ما هو غير نظامي Noise عن النظامي Systematic ولأنّ الفروق  $D_X, D_Y$  متقاربة، إذا استثنينا الفروق الشاذة.

باعتبار  $f$  هو التواتر في مجال التصنيف و  $\bar{x}$  هو متوسط مجال التصنيف.

إذن يتطلب الأمر تصنيفاً إحصائياً لكل من الفرقين  $D_X, D_Y$  يسمح بتقدير تواتر  $D_X, D_Y$  في كل من مجالات التصنيف. يسمح التصنيف بإنشاء مدرج تكراري Histogram لكل من التوزيعين  $D_X, D_Y$  يعرفنا على مدى ابتعاد كل من التوزيعين  $D_X, D_Y$  عن التوزيع النظامي Normal Distribution استناداً إلى الاختبارات الإحصائية المشار إليها. إذا أعطت هذه الاختبارات نتائج لا تتفق ومعايير التوزيع النظامي لهذه الفروق نقترح طريقة محددة لمعالجة الفرقين  $D_X, D_Y$  (Markyze et al., 2004).

### طريقة الترشيح Filtration

إذا قدّمت لنا الاختبارات الإحصائية المقترحة سابقاً معلومات تدلّ على ابتعاد كل من الفرقين  $D_X, D_Y$  عن التوزيع النظامي Normal Distribution الذي يستند إلى مسلمتين أساسيتين لغاوس Gauss هما:

- إنّ عدد الأخطاء الموجبة يساوي تقريباً عدد الأخطاء السالبة إذا تعددت القياسات لمقدار واحد محدد.
- يكون تواتر الأخطاء الصغيرة كبيراً عند قياس مقدار ما عدداً كبيراً من المرات.

يجب علينا عندئذٍ أن نبحث عن طريقة تسبق أيّ معالجة بطريقة المربعات الصغرى Method of least squares المألوفة في تحويل هيلميرت Helmert لتطبق

$$Ax + By + Cz + e_1 = 0 \quad (2)$$

حيث  $OZ=D_x$  وبالقسمة على  $e_1$  وبفرض أن  $e_1$  لا يساوي الصفر نحصل على المعادلة:

$$Ax + By + Cz + 1 = 0 \quad (3)$$

وهي معادلة المستوى في الفضاء  $R^3$  بتقاطعاتها مع المحاور  $OZ$  و  $OY$  و  $OX$  يكون لدينا بالنسبة لمعالجة الفرق  $D_y$  معادلة مماثلة هي:

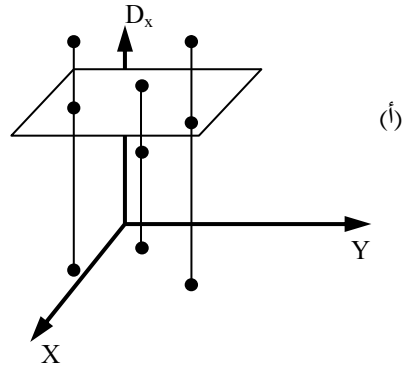
$$A'x + B'y + C'z + 1 = 0 \quad (4)$$

تؤول مسألة تعيين المستوى الأكثر ملاءمة لجميع النقاط إلى حلّ بطريقة المربعات الصغرى Method of least squares. لتعيين الثوابت  $A$  و  $B$  و  $C$  نعين قيماً مؤقتة  $A_0$  و  $B_0$  و  $C_0$  لهذه الثوابت وذلك بحل جملة ثلاث معادلات خطية للمستوى تنتج عن إمرار المستوى بثلاث نقاط من النقاط المدروسة ولتكن النقاط 14،

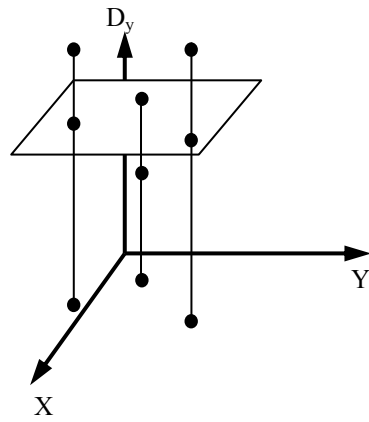
(Mogolni, 2009) 137 ، 133

يتطلب الحساب تعديل القيم المؤقتة  $A_0$  ،  $B_0$  ،  $C_0$  بتصحيحات  $dA$  ،  $dB$  ،  $dC$ . ويجب حسابها بطريقة المربعات الصغرى معتبرين الإحدائيات  $x$  ،  $y$  ،  $z$  أرساداً تحمل أخطاء عرضية  $v_x$  ،  $v_y$  ،  $v_z$ . تصبح لدينا المعادلة التالية:

$$(A_0 + dA)(x + v_x) + (B_0 + dB)(y + v_y) + (C_0 + dC)(z + v_z) + 1 = 0 \quad (5)$$



(أ)



(ب)

الشكل رقم (١). فضاء ثلاثي الأبعاد لكل من  $D_x$  ،  $D_y$ .

### معالجة حالة $D_x$ و $D_y$ في الفضاء $R^3$

بما أن القيم  $D_x$  في غالبيتها موزعة في هذا الفضاء توزيعاً يقترب من تكوين طبقة رقيقة من قيم  $D_x$  منتشرة لتغطي المنطقة المعتبرة، إذا استثنينا من ذلك الشذوذات الكبيرة Great Anomalous في هذه الفروق، ستعبر هذه الفروق عن الخطأ النظامي المتوفر في هذه النقاط. يمكن تصور مستوى يتلاءم أفضل ما يمكن مع هذه النقاط في الفضاء  $R^3$ ، معتمدين على معادلة المستوى المار بنقاط تقاطعه مع المحاور  $OZ$  و  $OY$  و  $OX$  التالية:

وأمثال وزنه هو:

$$Q_{zz} = Q_{xx} + Q_{yy} = 2 \quad (10)$$

ويكون أمثال وزن الراسب  $D_Y$ :

$$Q_{zz'} = Q_{YY} + Q_{yy} = 2 \quad (11)$$

أي يكون لدينا أمثال الأوزان التالية لكل من  $D_Y$  و  $D_X$ :

$$Q_{VV} = A_0^2 Q_{xx} + B_0^2 Q_{yy} + C_0^2 (Q_{xx} + Q_{yy}) \quad (12)$$

$$Q_{VV'} = A_0^2 Q_{xx} + B_0^2 Q_{yy} + C_0^2 (Q_{yy} + Q_{yy}) \quad (13)$$

فإذا فرضنا أن الدقة واحدة لكل من  $X$  و  $x$  إذن تصبح أمثال الأوزان المرافقة لمعادلة الأرصاد بالنسبة لمقارنة القيمة  $X$  لنقطة مع مثيلتها  $x$  محولة من نظام GPS ما يلي:

$$Q_{VV} = A_0^2 + B_0^2 + 2C_0^2 \quad (14)$$

وبالنسبة لمعالجة  $D_Y$  لدينا:

$$Q_{VV'} = A_0^2 + B_0^2 + 2C_0^2 \quad (15)$$

وبما أن الفروق في الحالتين: حالة معالجة  $V_X$  وحالة معالجة  $V_Y'$  تبقى متقاربة لذلك من المتوقع أن يكون المستوى المحسوب في الحالتين قريباً من حالة التوازي مع المستوى  $(X, Y)$ ، إذن يمكن توقع صغر المثلين  $A, B$  أو  $A', B'$ . نستفيد من هذه النتيجة في تقدير أمثال وزن معادلات الأرصاد (6, 7) حيث يصبح الوزنان معطين في الحالتين بالعلاقتين التاليتين وذلك بالنسبة لكل من  $X, Y$ :

وينشر المعادلة (5) واعتبار الحدود الناتجة عن النشر من الدرجة الثانية مهملة، تصبح معادلة الأرصاد بالنسبة لمعالجة كل من الفرقين  $D_X$  و  $D_Y$  كالتالي:

$$V_X = -A_0 v_x - B_0 v_y - C_0 v_z \quad (6)$$

$$V_Y' = -A_0' v_x - B_0' v_y - C_0' v_z \quad (7)$$

### حساب الوزن لكل من الفرق $D_Y$ و $D_X$

نطلق من المعادلة (6) و (7) ومطبقين عليهما طريقة تينسترا في حساب أمثال الأوزان Cofactor (Tienstra, 1956). يكون لدينا عندئذ بالنسبة لمعالجة الفرق  $D_X$ :

$$Q_{VV} = A_0^2 Q_{xx} + B_0^2 Q_{yy} + C_0^2 Q_{zz} \quad (8)$$

وكذلك الحال بالنسبة لمعالجة الفرق  $D_Y$ :

$$Q_{VV'} = A_0^2 Q_{xx} + B_0^2 Q_{yy} + C_0^2 Q_{zz} \quad (9)$$

حيث تم إهمال الجداءات  $Q_{yz}$ ،  $Q_{xz}$ ،  $Q_{xy}$ . بفرض أن الارتباط الرياضي بين الإحداثيات يبقى معدوماً، فإذا أخذنا بالاعتبار تعيين إحداثيات النقاط نقطياً في نظام GPS يكون لدينا  $Q_{xx} = Q_{yy} = 1$ ، أما أمثال الوزن  $Q_{zz}$  حيث  $Z$  هنا الراسب الذي نتج عن مقارنة قيمة الإحداثية  $X$  للنقطة مع الإحداثية  $x$  الناتجة عن القياس بنظام GPS

$$D_X = V_I = Z = x - X$$

عبدالرزاق عجاج: معالجة الفروق الناتجة عن مقارنة إحدائيات شبكة المثلثات من الدرجة الأولى والثانية ...

حساب أمثال الوزن (Cofactor) لتابع لمجاهيل

حسبت بطريقة المربعات الصغرى

إذا فرضنا التابع Z منشوراً وفق نشر تايلور  
وحيث  $F_0$  يمثل قيمة التابع بتقاطع المستوى مع المحور  
 $Z \equiv D_x$  يكون لدينا:

$$Z = f(A, B, C) - f_0 = \frac{\partial Z}{\partial A} dA + \frac{\partial Z}{\partial B} dB + \frac{\partial Z}{\partial C} dC$$

بما أن المتغيرات A، B، C مرتبطة رياضياً نتيجة لحسابها  
بطريقة المربعات الصغرى Method of least squares،  
مستخدمين طريقة حساب أمثال الوزن  $Q_{zz}$  للتابع Z  
يكون لدينا ما يلي:

$$Q_{zz} = \left(\frac{\partial f}{\partial A}\right)^2 Q_{AA} + \left(\frac{\partial f}{\partial B}\right)^2 Q_{BB} + \left(\frac{\partial f}{\partial C}\right)^2 Q_{CC} +$$

$$+ 2\frac{\partial f}{\partial A}\frac{\partial f}{\partial B} Q_{AB} + 2\frac{\partial f}{\partial A}\frac{\partial f}{\partial C} Q_{AC} + 2\frac{\partial f}{\partial B}\frac{\partial f}{\partial C} Q_{BC} \quad (20)$$

لنطبق الحساب على التابع الذي يعين قيمة التصحيح  
على  $D_x$  المعطى بالعلاقة:  $Z = -\frac{1+Ax+By}{C}$ . يتم  
الحساب عبر حساب تفاضلات التابع Z:

$$\frac{\partial Z}{\partial A} = -\frac{x}{C}; \frac{\partial Z}{\partial B} = -\frac{y}{C}; \frac{\partial Z}{\partial C} = +\frac{1+Ax+By}{C^2}.$$

$$Q_{zz} = \frac{x^2}{C^2} Q_{AA} + \frac{y^2}{C^2} Q_{BB} + \left(\frac{1+Ax+By}{C^2}\right)^2 Q_{CC} +$$

$$+ 2\frac{xy}{C^2} Q_{AB} - 2\frac{x}{C} \times \frac{1+Ax+By}{C^2} Q_{AC} -$$

$$- 2\frac{y}{C} \times \frac{1+Ax+By}{C^2} Q_{BC} \quad (21)$$

وكذلك الحال بالنسبة لـ  $Z' \equiv D_y$  يكون لدينا:

$$Q_{VV} \equiv C_0^2 (Q_{XX} + Q_{xx}) \equiv 2C_0^2 = Q_{D_x D_x} \quad (16)$$

$$Q_{V'V'} \equiv C_0'^2 (Q_{YY} + Q_{yy}) \equiv 2C_0'^2 = Q_{D_y D_y}$$

حساب الأخطاء

يترتب على هذا الحساب حساب خطأين:

• حساب الأخطاء على أمثال كل من المستويين

$$(A_0, B_0, C_0; A'_0, B'_0, C'_0)$$

يُر هذا الحساب بحساب الخطأ المتوسط التربيع  
Root mean square error على واحدة الوزن  
والمعطى بالعلاقة:

$$m_0 = \sqrt{\frac{V^T PV}{n-3}} \quad (17)$$

• أما حساب الخطأ على أمثال كل من المستويين  
فيقتضي معرفة الأمثال المرافقة مأخوذة من قطر  
المصفوفة Q في كلتا الحالتين التاليتين.

حالة حساب المستوى المتعلق بـ  $D_1$  وحالة حساب

المستوى المتعلق بـ  $D_1$

$$m_A = m_0 \sqrt{q_{AA}}; m_B = m_0 \sqrt{q_{BB}}; m_C = m_0 \sqrt{q_{CC}}. \quad (18)$$

$$m_{A'} = m'_0 \sqrt{q_{A'A'}}; m_{B'} = m'_0 \sqrt{q_{B'B'}} \quad (19)$$

$$m_{C'} = m'_0 \sqrt{q_{C'C'}}$$

من الدرجة الأولى والثانية المنجزة عام ١٩٠٣م بمقارنتها مع إحدائيات هذه النقاط مقيسة باستخدام نظام GPS عام ١٩٩٥م وهي قياسات مرجعة إلى إهليلج بيسيل Bessel المرجعي والمحسوبة في نظام إسقاط ميركاتور المائل المضاعف والمطابق. نبين أن الجهة التي قامت بقياسات GPS هي المدرسة الاتحادية العليا للتقانة في زوريخ ETH (قسم الجيوديزيا)، وتعود أسباب المقارنة إلى أن قياسات GPS هي قياسات طويلة الأجل وقد أجريت هذه القياسات للتعرف على مدى صحة إحدائيات شبكة المثلثات والتي أنجزت حساباتها عام ١٩٠٣م من جهة ومدى ثبات نقاط تلك الشبكة المثلثية في مواقعها الأساسية من جهة أخرى (أي اختبار الانزلاق نتيجة للحركة اللتوائية البطيئة المستمرة في جبال الألب السويسرية).

تم اختيار ١٨ نقطة مبينة في الشكل رقم (٢) وذلك من أجل حساب مستويي ترشيح الفروق:

$$D_x = x - X = X_{GN} ; D_y = y - Y = Y_{GN}$$

يظهر الشكل رقم (٢) توزيع جملة النقاط الجيوديزية من الدرجة الأولى والثانية في منطقة جبال الألب السويسرية والتي تمثل الحدود المكانية المعتمدة في الدراسة، وتغطي هذه النقاط مساحة قدرها ما يزيد عن 11000 km<sup>2</sup>.

$$\begin{aligned} Q_{Z'Z'} = & \frac{x^2}{C'^2} Q_{A'A'} + \frac{y^2}{C'^2} Q_{B'B'} + \\ & + \left( \frac{1+A'x+B'y}{C'^2} \right)^2 Q_{C'C'} + 2 \frac{xy}{C'^2} Q_{A'B'} - \\ & - 2 \frac{x}{C'} \times \frac{1+A'x+B'y}{C'^2} Q_{A'C'} - \\ & - 2 \frac{y}{C'} \times \frac{1+A'x+B'y}{C'^2} Q_{B'C'} \end{aligned} \quad (22)$$

ويكون حساب الإحدائيتين (X, Y) مصححتين من Z<sub>x</sub>, Z'<sub>y</sub> معطى بالعلاقتين التاليتين:

$$X' = x - Z \Rightarrow Z = x - X' \quad (23)$$

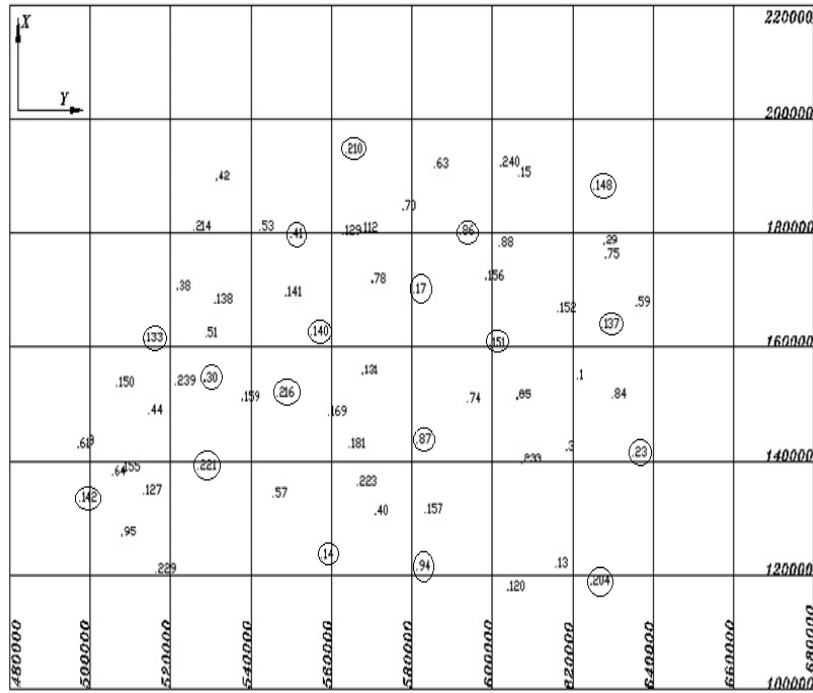
في حالة Z' ≡ D<sub>y</sub> يكون لدينا:

$$Y' = y - Z' \Rightarrow Z' = y - Y' \quad (24)$$

وهما قيمتا الإحدائيتين في الإسقاط المعدلتان (X', Y') والممثلتان لإحدائيتي الإسقاط للنقطة المعلومة (Маркузе, 2005).

### حساب الخطأ على قيمة (X', Y') المعدلتين

يُمرُّ هذا الحساب بحساب أمثال وزن Z بموجب المصفوفة  $Q_{x_{n,n}} = f_{Z_{n,3}} Q_{A_{4,3}} f_{Z_{3,n}}^T$  وكذلك الحال بالنسبة لمعالجة Q<sub>y</sub> بموجب المصفوفة  $Q_{y_{n,n}} = f_{Z'_{n,3}} Q_{A'_{4,3}} f_{Z'_{3,n}}^T$ . لتطبيق الطريقة المقترحة في هذا البحث نأخذ جملة نقاط جيوديزية من الدرجة الأولى والثانية مشيدة على جبال الألب السويسرية، حيث تم اختبار شبكة المثلثات



الشكل رقم (٢). يبين توزع النقاط المعتمدة بالدراسة.

القول: إنَّ الفروق  $D_x, D_y$  ليست عشوائية وعلينا معالجتها بواسطة المرشحين المقترحين.

الاختبارات الإحصائية المتعلقة بالفروق  $D_x, D_y$  قبل أية معالجة

بالنسبة لـ  $X; Y$ :

حسابات المرشحين لـ  $(X)$  و لـ  $(Y)$

١- اختبار الجمع:

المرشح المقترح لمعالجة  $D_x$  هو:

$$\sum D_x = 14.742m \quad ; \quad \sum D_y = -21.839m$$

$$-2.266 \times 10^{-7}x - 1.603 \times 10^{-6}y - 0.234z_x + 1 = 0 \quad (25)$$

٢- اختبار التحيز في التوزيع  $g_x = 0.39; g_y = 3.19$

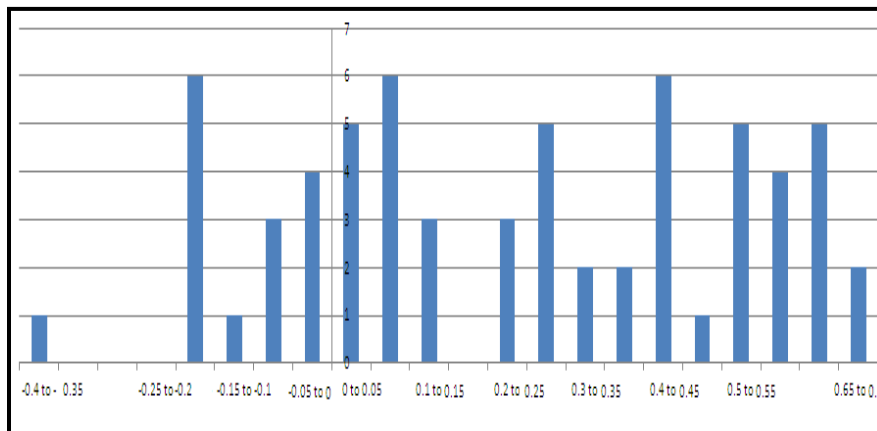
٣- اختبار الزيادة في التوزيع  $E_x = -2.35; E_y = 7.46$

المرشح المقترح لمعالجة  $D_y$  هو:

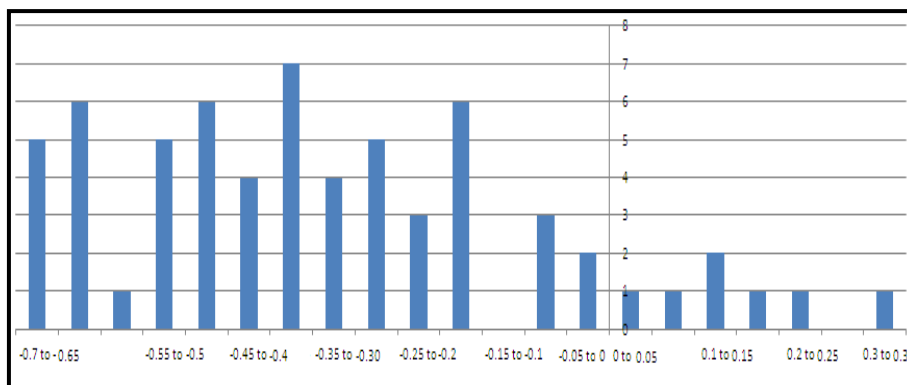
يوضح الشكل رقم (٣) و (٤) المدرج التكراري

$$-4.452 \times 10^{-6}x - 3.037 \times 10^{-7}y + 0.836z'_y + 1 = 0 \quad (26)$$

لكل من  $D_x$  و  $D_y$ . تشير هذه الاختبارات بوضوح إلى ابتعاد كل من الفرقين  $D_x, D_y$  عن حالة التوزيع النظامي Normal Distribution، وبعبارة أخرى يمكن



الشكل رقم (٣). المدرج التكراري ل Dx قبل الترشيح.



الشكل رقم (٤). المدرج التكراري ل Dy قبل الترشيح.

ويكون الخطأ على أمثال مرشح X معطى بالعلاقات التالية:

$$m_A = m_0 \sqrt{q_{AA}} = 0.146 \sqrt{1.04 \times 10^{-11}} = \pm 4.99 \times 10^{-7} m^{-1}$$

$$m_B = m_0 \sqrt{q_{BB}} = 0.146 \sqrt{7.288 \times 10^{-13}} = \pm 5.29 \times 10^{-7} m^{-1}$$

$$m_C = m_0 \sqrt{q_{CC}} = 0.146 \sqrt{0.075} = \pm 0.017 m^{-1}$$

ويكون الخطأ المتوسط التربيع Root mean square error

على وحدة الوزن بالنسبة للمرشح (Y):

$$m_{0x} = \sqrt{\frac{V^T P V}{n-3}} = 0.146$$

بتطبيق طريقة المربعات الصغرى لكل من المرشحين معتمدين لذلك النقاط الثمانية عشر المشار إليها بدوائر في الشكل رقم (٢)، وبواسطة هذين المرشحين نحسب  $Z'_y$  و  $Z'_x$ . تعطينا الحسابات المتعلقة بحساب المرشحين الخطأ المتوسط التربيع Root mean square error على وحدة الوزن بالنسبة للمرشح (x):

أما بالنسبة للجزء السالب  $\Sigma Z_x^- = -2.0935m$  فيكون المعدل الوسطي للانسحاب Average mean of translation باتجاه الجنوب خلال سنة واحدة هو  $-2.0935/17*100=-1.23mm$  وتفسير الانسحاب المعاكس جنوباً لهذه النقاط يكمن بتعرض هذه النقاط لحركة موضعية بطيئة بالاتجاه المعاكس لفعل الالتواء وهو الاتجاه السائد.

وبما أن الإشارة الموجبة هي المهيمنة، يمكن القول: إن جملة هذه النقاط تنسحب باتجاه الشمال وهو أمرٌ تؤكدُه قياسات جيوديزية سابقة يشير إليها المؤلف (Wagner, 1964) في مرجعه Physical Geography حيث يؤكد فاغنر Wagner أن جبال الألب، ولاسيما جبال الألب السويسرية تنسحب باتجاه الشمال انسحاباً أقله 0.26cm وأعظمه 1.80cm (إن اتجاه الشمال لجملة نقاط المعالجة هو المحور OX) ونتائجنا تتفق والقيم التي يعطيها المؤلف المذكور.

بالنسبة للتصحيح  $Z_y$  تسود فيه الإشارة السالبة حيث عدد التصحيحات الموجبة  $Z_y^+ = 6$  وعدد التصحيحات بالإشارة السالبة هو  $Z_y^- = 58$  من مجموع عدد من النقاط قدره 64 نقطة وهذا ما يشكل للتصحيحات الموجبة نسبة قدرها  $Z_y^+ = 9\%$  وللتصحيحات السالبة نسبة قدرها  $Z_y^- = 91\%$  أي يكون لدينا:

$$\Sigma Z_y^+ = 0.193m$$

$$\Sigma Z_y^- = -10.425m$$

$$m_{0Y} = \sqrt{\frac{V^T PV}{n-3}} = 0.062$$

ويكون الخطأ على أمثال مرشح Y معطى بالعلاقات التالية:

$$m_{A'} = m_0 \sqrt{q_{A'A'}} = 0.062 \sqrt{1.748 \times 10^{-11}} = \pm 6.104 \times 10^{-7} m^{-1}$$

$$m_{B'} = m_0 \sqrt{q_{B'B'}} = 0.062 \sqrt{1.567 \times 10^{-12}} = \pm 1.828 \times 10^{-7} m^{-1}$$

$$m_{C'} = m_0 \sqrt{q_{C'C'}} = 0.062 \sqrt{0.166} = \pm 0.059 m^{-1}$$

### تحليل نتائج حساب التصحيحين $Z_x$ و $Z_y$

تبيّن لنا من تحليل نتائج الحسابات أن عدد التصحيحات الموجبة هو  $Z_x^+ = 47$  وعدد التصحيحات بالإشارة السالبة  $Z_x^- = 17$  من مجموع عدد من النقاط قدره 64 نقطة وهذا يعطي للتصحيحات الموجبة نسبة قدرها  $Z_x^+ = 73\%$  وللتصحيحات السالبة نسبة وقدرها  $Z_x^- = 27\%$  أي يكون لدينا:  $\Sigma Z_x^+ = 17.480m$ .

ويكون المعدل الوسطي للانسحاب Average (mean of translation) باتجاه الشمال هو  $17.483/47=0.372m$ ، فإذا أخذنا بالاعتبار أن إحدائيات شبكة المثلثات قد تم حسابها عام 1903م وأن هذه الإحدائيات قد عيّنت بواسطة نظام GPS عام 1995م تكون الحقة المنقضية بين التعيين حوالي قرن من الزمن، يصبح معدل الانسحاب شمالاً خلال سنة واحدة  $0.372/100=3.72mm$ .

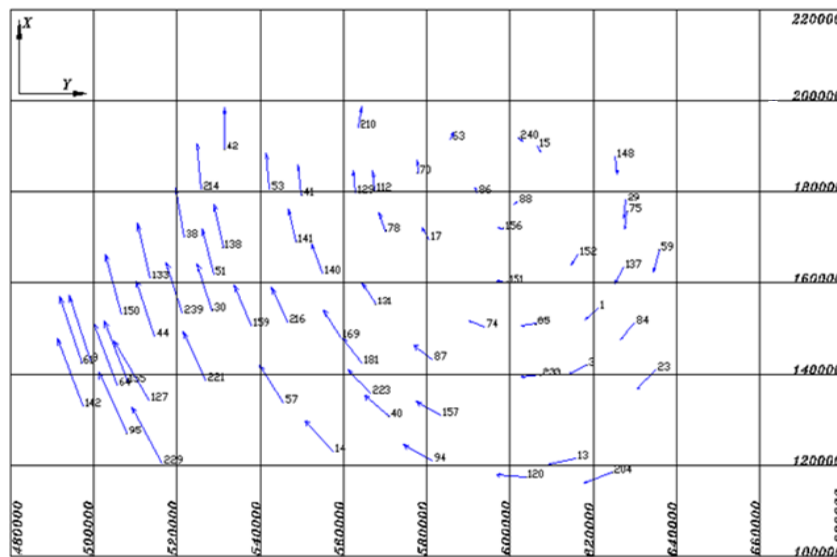
## النتيجة

يبدو لنا من المنطقي أن تعالج الفروق الناتجة عن مقارنة إحداثيات شبكة المثلثات من الدرجتين الأولى والثانية مع إحداثيات GPS للنقاط ذاتها بالطريقة المقترحة في هذا البحث لأنَّ هذه النقاط لا تخلو من تأثير الحركة حيث بناؤها قد أنجز قبل قرن تقريباً، وبعبارة أخرى إنَّ هذه الطريقة المقترحة تسعى إلى إظهار الجزء النظامي المتوفر في فروق الإحداثيات نتيجة لاحتمال الحركة المشار إليها أعلاه، وإننا نقترح معالجة هذه الفروق  $D_X, D_Y$  بطريقة الترشيح المقترحة كما عرضنا ذلك في بحثنا.

إذا ظهرت فروق بين إحداثيات قياسات نظام GPS وإحداثيات شبكة المثلثات التقليدية، فإنَّ هذه الطريقة تطبق مهما كانت طبيعة الأرض لأنَّ مقارنة الفروق  $D_X, D_Y$  تشير إلى الانزلاق أو انتقال النقطة أفقياً تحت تأثير حركة زلزالية خفيفة. نبين أنَّه لا يمكن استخدام هذه الطريقة لدراسة حركة القشرة الأرضية الشاقولية لأنَّ هذه الطريقة مقتصرة على معالجة الحركة الأفقية فقط. إنَّ قياس الارتفاعات بواسطة نظام GPS لا يعطي الارتفاع الأورثومتري Orthometric بل يعطي الارتفاع الناظمي وتحويله إلى الارتفاع الأورثومتري يقتضي معرفة تموجات الجيويد فوق الإهليلج وهي قيمة يتمُّ توسطها. بالنتيجة لا يقدم قياس الارتفاع أيَّ قيمة دقيقة للحركة الشاقولية لقشرة الأرض لأنَّ هذه الحركة من مرتبة المليمترات، كما تظهرها قياسات التسوية المباشرة الدقيقة التي تمَّ تطبيقها في مناطق عديدة من سطح الأرض.

فيكون المعدل الوسطي لكلا الانسحابين وبالتالي يصبح  $Z'_+ = 0.032m; Z'_- = -0.180m$  معدل الانسحاب السنوي باتجاه الغرب ما يعادل  $-1.80mm$  وبما أنَّ الإشارة السالبة هي المهيمنة، يمكن القول: إنَّ جملة هذه النقاط تنسحب نحو الغرب وهو ما تؤكده في كلا الحالتين نظرية الجيوسنكلينال Geosynclinal (حفرة كبيرة في البحر مقابلة للجبال تتوضع فيها الرسوبيات) الذي يقابل جبال الألب والذي كان سبب ارتفاعها في الحقب الجيولوجية الثالثة (حقب التواءات). يعلل الجيولوجيون هذه الظاهرة كما يلي: إنَّ التشكل السطحي في هذه المنطقة Epirogenese مستمر ويدفع هذه الكتل وبصورة عامة باتجاه الشمال الغربي لأنَّ اتجاه الضغط الأعظم للجيوسنكلينال Geosynclinal هو اتجاه الشمال ويكون لهذه الظاهرة مفعول جانبي يدفع الكتل نحو الغرب دفعاً قيمته أصغر. يبين الشكل رقم (٥) حركة انتقالات النقاط موضوع الدراسة حيث مقياس الانتقالات هو تقريباً 1/37.

يظهر الشكل رقم (٥) الاتجاه العام للانسحاب وهو اتجاه الشمال تقريباً في معظم النقاط موضوع البحث وهو ما تؤكده النظريات الجيولوجية المعاصرة وأمَّا النقاط التي اتجاه الحركة فيها مغاير للشمال فتعليه هو الانزلاقات الموضعية لحركة بطيئة لهذه النقاط تحت تأثير حركات زلزالية بطيئة وهي حركات متواترة.



الشكل رقم (٥). يمثل حركة النقاط موضوع الدراسة.

### التوصيات

نرى ضرورة التحقق من مدى ثبات نقاط الشبكتين، وفي ضوء الفروق الناتجة عن مقارنة إحداثيات شبكة المثلثات من الدرجتين الأولى والثانية مع إحداثيات مقيسة بنظام GPS للنقاط ذاتها، نوصي بمعالجة هذه الفروق بطريقة مماثلة لما اقترحناه في هذا البحث.

نوصي بمعالجة نتائجنا في هذا البحث لتحويل إلى إحداثيات مستوية جديدة يمكن اعتمادها عوضاً عن الإحداثيات المستوية الحالية وذلك بإجراء تحويلات رياضية محدّدة تقود إلى إحداثيات جديدة تسمح بالمحافظة على الوثائق الفنية القديمة المحفوظة في الدوائر الرسمية ذات العلاقة.

تكمن أهمية البحث في كونه يندرج في إطار

الأعمال التي تتقصى حركة الصفائح القارية وهو موضوع دراسته مستمرة في المؤتمرات العالمية. وخالصة القول إنّ الطريقة التي اقترحناها في هذا البحث لمعالجة الفروق الناتجة عن قياسات الإحداثيات (X, Y) بطريقتين مختلفتين تبقى صالحة نظراً لحركة نقاط المثلثات من الدرجة الأولى والثانية والمحتملة تحت تأثير الحركات الزلزالية البطيئة والمتواترة التي تطول القشرة الأرضية. تكون الإحداثيات المعدلة بالطريقة المعروضة أساساً لتحويلها بتحويل هيلمرت الذي يسمح بالانتقال من هذه الإحداثيات المصححة إلى الإحداثيات المستوية المطلوبة لاستخدامها في الأعمال الطبوغرافية التي تفرضها الأعمال المدنية.

спутниковых и наземных сетей. Международная научно - техническая конференция . Посвященная 225-летию МИИГАиК. Москва. 2004г.

**Могольный С.Г.** Совместная обработка наземных и спутниковых геодезических измерений в локальных сетях. Львовский политехнический институт №1 , 2009г.

**Маркузе Ю. И.** Основы метода наименьших квадратов и уравнительных вычислений. Учебное пособие. город Москва. 2005г.

**Norman Beck, Alfred Kleu sberg.** Guide of GPS positioning. Canadian GPS Association ,1995.

**Огородова Л.В.** Высшая геодезия часть 3. Город Москва, 2006г.

**Tienstra, J.M.;** Theory of adjustment of normally distributed observations, AMESTERDAM ,1956.

**Wagner, J.** Physische Geographie. Paul List Verlag, 1964.

**Youssef Wassouf .** Sur l' approximation d'une surface de second degré sur Un ensemble des points de l'espace R3. Recherche présentée a'l' école Polytechnique Fédérale de Zurich, 1997.

## المراجع

### أولاً: المراجع العربية

البنبي صريح، مراد موفق، مطر جي وديع، "أثر الوضع

الراهن للشبكة المثلثاتية العقارية على

المخططات المساحية". مجلة هندسة المساحة

بدمشق، العدد (1) (1999).

البنبي صريح، عجاج عبدا لرزاق، شرايه منصور،

مقدسي سامي، "مشروع أولي لتحديث الأساس

الجيوإيزي الأفقي". مجلة هندسة المساحة

بدمشق، العدد (4)، (2004).

### ثانياً: المراجع الأجنبية

**Barry F. Kavanagh.** Surveying Principles Applications. Eighth Edition, London, 2009.

**Маркузе Ю.И, Антипов А.В.** Возможности улучшения алгоритма объединения

## Treating the Differences Resulting from the Comparison Between Classical and GPS Measurements of the First- and Second-order Triangulation Network

**Abdulrazzak Ajaj**

*Associate Professor, Department of Topographical Engineering,  
Faculty of Civil Engineering, Damascus University, Syria  
ajajar59@yahoo.co, a-ajaj@aiu.edu.sy*

(Received 19/10/1434H.; accepted for publication 28/03/1435H.)

**Keywords:** Processing coordinates difference as ( $D_x$ ,  $D_y$ ), Filtration, Triangulation network, Measurement of GPS system, Statistical test.

**Abstract.** The processing of differences ( $D_x$ ,  $D_y$ ) resulted from comparing the coordinates of the first and second degrees triangulation networks with that of the GPS system leads to the infiltration of these differences using a first degree filter.

This filtration will cancel the marginal errors included in  $D_x$  and  $D_y$  and retain the systematic once. Thus, it will be possible to correct the GPS system coordinates from the systematic part of errors. As a result, we get the final corrected coordinates from the equations:

$$x' = x - Z_x, \quad y' = y - Z_y.$$

These new coordinates can be processed later on using Helmert transformation. The analysis of the corrections  $Z_x$  and  $Z_y$  showed that the general transformation trend of most points is towards the north. Some other points, however, showed different trends which could be due to the slow local sliding of these points. This result confirms that the possible movements of the triangulation points under the effect of the slow and alternate earthquake motions affect the crest of the earth.