





# الهندسة الإقليدية المتقدمة

تأليف

ألفرد إس. بوسمنتير

أستاذ تعليم الرياضيات بجامعة سيتي بنيويورك

ترجمة

د. عبد الله بن محمد الجوعي

الأستاذ المشارك بقسم الرياضيات بكلية المعلمين

جامعة الملك سعود

النشر العلمي والمطابع - جامعة الملك سعود

ص.ب ٦٨٩٥٣ - الرياض ١١٥٣٧ - المملكة العربية السعودية



ح  
جامعة الملك سعود، ١٤٣٣هـ (٢٠١٢م)

هذه ترجمة عربية مصرح بها من قبل مركز الترجمة بالجامعة لكتاب :

Advanced Euclidean Geometry  
By Alfred S. Posamentier  
© Key college publishing, 2002

### فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر

إس ، بوسمنتير، الفرد

الهندسة الإقليدية المتقدمة . / ألفرد إس. بوسمنتير ؛ عبدالله بن محمد الجوعي

- الرياض ، ١٤٣٣هـ

٣٩٤ ص ؛ ١٧ سم × ٢٤ سم

ردمك : ٥-٥٣٥-٠٧٠-٥٠٧-٦٠٣-٩٧٨

١- الهندسة ٢- الرياضيات التطبيقية الجوعي ، عبدالله محمد (مترجم)

أ - العنوان

١٤٣٣/٦١٢٠

ديوي ، ٥١٦

رقم الإيداع : ١٤٣٣/٦١٢٠

ردمك : ٥-٥٣٥-٠٧٠-٥٠٧-٦٠٣-٩٧٨

حكمت هذا الكتاب لجنة متخصصة، وقد وافق المجلس العلمي على نشره في اجتماعه  
التاسع عشر للعام الدراسي ١٤٣٢/١٤٣٣هـ، المعقود بتاريخ ٢٢/٦/١٤٣٣هـ،  
الموافق ١٣/٥/٢٠١٢م

النشر العلمي والمطابع ١٤٣٣هـ



## مقدمة المترجم

تعد الهندسة الإقليدية من أقدم فروع الرياضيات وأغزرها أفكاراً ومفاهيم، وتتسم بالمرونة والتنوع حتى تجاوزت الطرائق المختلفة لبرهنة حقيقة واحدة، مثل نظرية فيثاغورس ثلاثية طريقة مختلفة. كما تستخدم الهندسة الإقليدية معظم الفروع الأخرى للرياضيات كالمنطق والجبر وحساب المثلث وغيرها.

ورغم أهمية وقدم هذا الفرع من الرياضيات إلا أن كثيراً من الدول تقتصر في دراسته على المرحلة الثانوية، ولا تعطي أي مقرر في جامعاتها في الهندسة الإقليدية المتقدمة، ولم تكن المملكة العربية السعودية بمعزل عن هذا التوجه، فلا تكاد تجد مقرراً جامعياً يعنى بهذا الفن؛ وكنتيجة لذلك فقد أصبحت الكتب العربية في الهندسة الإقليدية شحيحة جداً، وظلت نظريات ومفاهيم جميلة حبيسة الكتب الأجنبية كنظرية شيفا، ونظرية ميكول، ونظرية ستيوارت، وخط سيمسون، ودائرة النقاط التسع ونحوها. وقد عزز من أهمية هذا الموضوع كونه حقلاً من حقول أربعة معتمدة في مادة الأولمبياد الدولي للرياضيات، والذي تكون أسئلته - عادة - غاية في الصعوبة.

لقد وقع الاختيار على كتاب " الهندسة الإقليدية المتقدمة لمؤلفه " ألفرد بو سمنتير" للترجمة إلى العربية لعدة عوامل، منها سلاسة الكتاب وأسلوبه الجميل،

ومنها شموله للموضوعات المتقدمة وعرضه إياها بطريقة متدرجة، كما أن الكتاب أساساً تم تأليفه لمعلمي وطلاب المرحلة الثانوية، فهو ينطلق من أساسيات وخلفية تلك المرحلة ويعطي مزيداً من التفاصيل والنتائج. هذا بالإضافة إلى كونه يعتمد آليات بناء وإنشاء الأشكال الهندسية مستخدماً المسلمات والنتائج السابقة. ومما يتميز به هذا الكتاب ربطه هندسة إقليدس بفروع الرياضيات الأخرى، كما فعل المؤلف في الفصل الحادي عشر.

لقد قمت بتصحيح بعض الأخطاء المطبعية والحسابية مثل منطوق وبرهان نظرية 11-12. وأشير هنا إلى أن الكتاب الأصيل تم رسم كافة أشكاله باستخدام برنامج Geomete's Sketchpad لتكون أشكالاً تفاعلية تتم دراستها بالاستعانة بـ CD مرفق بالنسخة الإنجليزية، وهو ما لا يتوافر في هذه الترجمة العربية. ولذا، فكل ما ورد ذكر الـ CD في ثنايا هذه الترجمة فيقصد به الكتاب الأصيل دون هذه الترجمة.

وأود أن أقدم شكري العميق لسعادة الأستاذ / طارق سلامة صابر الذي راجع مسودة هذه الترجمة وساعد كثيراً في تلافي الأخطاء والسقطات حتى جاءت الترجمة بصورة مقبولة. كما أتقدم بالشكر لسعادة الأستاذ / صفوت الطناني الذي راجع المسودة النهائية لهذه الترجمة.

أعتقد أن هذا الكتاب مناسب لبناء قاعدة صلبة في الهندسة الإقليدية تهيئ القارئ لمواجهة مسائل غير تقليدية في الهندسة الإقليدية، كما تهيئه لقراءة مزيد من المفاهيم المتقدمة في هذا المضمون.

## مقدمة المؤلف

إلى القرن التاسع عشر، كان يُعتقد أن النتائج المهمة حول هندسة المثلث والدائرة قد تم اكتشافها بواسطة إقليدس والسابقين له. وفي القرن التاسع عشر، ظهرت نتائج غزيرة عممت النتائج السابقة وأضافت لها عدة علاقات مهمة تم اكتشافها، أضفت الحياة من جديد على الهندسة الإقليدية. هذا الكتاب يقدم خطوطاً عريضة للجديد في هذا المجال بطريقة مشوقة. باختصار، هذا الكتاب صُمم ليعطي نظرة شمولية للهندسة الإقليدية من أجل بناء وتعزيز خلفية معلم المرحلة الثانوية.

خلال القرون الثلاثة الماضية، تم كتابة الكثير من الكتب المنهجية لإظهار "عناصر" إقليدس للمشهد المدرسي. أكثر تلك الكتب إشراقاً كتاب "عناصر إقليدس" (Elements of Euclid) الذي ظهر أولاً عام ١٧٥٦م لمؤلفه روبرت سيمسون Robert Simson وكتاب أدرين لجندر Adrien Legendre (( عناصر الهندسة )) الذي طبع بالفرنسية عام ١٧٩٤م وتمت مراجعته وترجمته إلى الإنجليزية عام ١٨٢٨م بواسطة الأستاذ الجامعي تشارلز ديفيز Charles Davies. كتاب ديفيز ( لجندر ) المترجم أصبح يستخدم بشكل واسع ككتاب مقرر في الولايات المتحدة الأمريكية خلال القرن التاسع عشر، ولعل له الأثر الأكبر في صياغة كتب الهندسة المدرسية اليوم.

هندسة لجندر لم تذكر النظريات بصيغة عامة، إنما استعانت بالأشكال لتوضيح النظريات المختلفة. هذا التحول من هندسة إقليدس تم تصحيحه بواسطة ديفيز، حيث أعطى نظريات عامة متنوعة بشروحات مدعمة بأشكال. هذا الكتاب يستخدم تلك الآليات بالتناوب حسب مقتضى الحال.

دراستنا للهندسة - الهندسة الإقليدية المتقدمة - تبدأ من حيث انتهى مستوى منهج المرحلة الثانوية. ولكن لا يحاول هذا الكتاب استقصاء الدراسة لجميع مفاهيم تلك الموضوعات المتقدمة، وهو أمر مستحيل في كتاب صغير بهذا الحجم، وبدلاً من ذلك سنركز اهتمامنا على موضوعات تهتم من أتقن موضوعات المرحلة الثانوية ولديه رغبة في الاستزادة، وحتماً سيلامس الجمال الكامن في دراسة الهندسة الإقليدية المتقدمة.

إحدى المزايا الفريدة لهذا الكتاب تضمنين أشكال هندسية تفاعلية موجودة في قرص صلب CD-ROM تستخدم برنامج Geometer's Sketchpad. غالباً، تُقدم الهندسة بطريقة ثابتة ولا يُعرض فيها المفهوم كما ينبغي. والقارئ مدعو إلى الاطلاع على الأشكال عبر القرص الصلب المرفق وتحريك الأشكال بطرق مختلفة وملاحظة ما يحدث.

لفهم وتدریس أي موضوع هنا بطريقة جيدة، يجب الإلمام بأكثر مما يعطى في التدريس. المادة المقدمة هنا تم اختبارها وتقومها عبر خمس وعشرين سنة من الاستخدام بواسطة عدد هائل من معلمي المرحلة الثانوية في جامعة سيتي في نيويورك استقبلت خلالها عدة اقتراحات قيّمة ظهر أثرها بين دفتي هذا الكتاب.

الدعم الفني لهذا الكتاب قامت به كوكبة من المختصين أشكرهم بعمق، وقد أعدوا برنامج Geometer's Sketchpad الذي رسم الأشكال، الثابت منها والتفاعلي



بطريقة خلافة. وأقدم شكراً خاصاً لـ Jan Siwanowic . كما أشكر David Linker الذي قرأ وراجع مسودة الكتاب كاملة. وفي إطار تطوير دليل المعلم، أشكر مجموعة من الطلاب الموهوبين الذين كانت لهم حلول غير تقليدية لبعض مسائل الكتاب تم إدراجها في دليل المعلم، ومن هؤلاء الطلاب Kamaldeep Gandhi ، Seth Kleinerman ، Leo ، Jan Siwanowic ، Peter Ruse ، Oana Pascu ، Nguyen

الطبعة الأولية للكتاب تمت بشكل رائع بواسطة Sandra Finken . وبشكل عام، فإني أشكر مئات الطلاب (وهم معلمون ميدانيون) الذين استخدموا جزءاً من هذا الكتاب خلال الأعوام القليلة المنصرمة وأثروا مادته بملاحظاتهم وتعليقاتهم. هذه الملاحظات جعلتني يقظاً لما أكتب طوال الوقت.

ألفرد بوسمنتير



## مدخل

هذا الكتاب يعالج موضوعات هندسية أعلى في مستواها من الموضوعات المدرجة تحت مواد الصفوف العليا في التعليم العام، ولكن هذه المعالجة تتم باستخدام طرق ونظريات أولية. لهذا السبب؛ فقد يكون هذا الكتاب سهل الفهم بالنسبة لطلاب الصفوف العليا المتميزين في هذا المجال. مع العلم أن المستهدف من هذا الكتاب بالدرجة الأولى هم معلمو الرياضيات للصفوف العليا.

إن استخدام لغة رياضية مألوفة في هذا الكتاب يعني أن القارئ لا يحتاج إلى معرفة مفاهيم ونظريات جديدة، وذلك لأن ما في الكتاب عبارة عن استخدامات جديدة لمفاهيم أولية، كما أن الكتاب أيضا يتضمن أفكاراً غنية ستساعد معلمي الصفوف العليا في تطوير برنامجهم التعليمي.

الفصل الأول من هذا الكتاب يتحدث عن أسس الهندسة المعروفة في مواد الصفوف العليا، وقد تضمن بعض التمارين من نمط مختلف والتي هي عبارة عن حقائق تصاغ بطريقة معينة لتُنتج نتائج خاطئة، والمقصود من هذه التمارين هو اكتشاف الأخطاء من خلالها، والذي يتطلب مهارات تفكير عليا.

الفصلان الثاني والثالث يدوران حول محور واحد يشمل موضوعات التقاء المستقيمتان في نقطة مشتركة، ووجود النقاط على استقامة واحدة. وهي الموضوعات التي لم تلق مزيد عناية في مواد الصفوف العليا في التعليم العام. وقد برهنت بعض النظريات خلال هذين الفصلين (والتي من الصعوبة برهنتها خلال الحصص الدراسية) بطرق بسيطة. وقد تم استخدام الرسوم الهندسية كتأكيد لصحة هذه النظريات، كما أنها استخدمت أيضا لتعطي تصورا مباشرا عن المفاهيم بحيث يستطيع القارئ من خلالها أن يفترض بعض الحالات ويعالجها. سنتمكن من تطوير بعض النظريات الرياضية من خلال استخدام معرفتنا بحالات التقاء المستقيمتان في نقطة مشتركة وحالات وجود أكثر من نقطتين على استقامة واحدة، كما سيعرض في هذا الفصل.

سيكون التركيز على المثلثات خلال الفصلين الرابع والخامس. الفصل الرابع سيتناول الحديث عن بعض النقاط المثلثية الخاصة غير المألوفة. وفي الفصل الخامس سيكون التركيز على القطع المستقيمة داخل المثلث (والتي يشار لها غالبا بقطع شيفا)، ومن هذه القطع: منصفات الزوايا، والمتوسطات، كما أن هناك عددا من الحقائق المثلثية الجديدة عرضت خلال هذين الفصلين.

معلوم أن تناول الرباعيات الدائرية في الصفوف العليا يقتصر على الرباعيات الخاصة كالمربع والمعين والمستطيل ومتوازي الأضلاع وشبه المنحرف. سيكون الطرح في الفصل السادس من الكتاب مفترضا أن القارئ له معرفة بخصائص هذه الرباعيات. سيبدأ الفصل بمعالجة الرباعي المحدب بشكل عام وسيتهي بتناول الرباعيات الدائرية، وباستخدام نظرية بطليموس سنستنتج العديد من العلاقات الهندسية المفيدة.

في الصفوف العليا في التعليم العام، تتم دراسة الدائرتين الداخلية والخارجية للمثلث كجزء من مادة الهندسة المقررة. وكما هو معلوم أن الدائرة الداخلية تمس

الأضلاع الثلاثة، من المحتمل أن تفترض دائرة أخرى خارج المثلث تمس أحد أضلاعه بالإضافة إلى امتداد الضلعين الآخرين، وبالتالي يكون للمثلث ثلاث دوائر من هذا النمط. إن هذه الدوائر الثلاث بالإضافة إلى الدائرة الداخلية هي محور الدراسة في الفصل السابع، حيث سيتم خلاله اكتشاف عددٍ من العلاقات المفيدة التي تربط هذه الدوائر معا.

من الموضوعات المشهورة في الهندسة الإقليدية المتقدمة، والتي تتضمن عددا من الخصائص المدهشة دائرة النقاط التسع. في الفصل الثامن، سنتناول من محور آخر الحديث عن خصائص ارتفاعات المثلث بالإضافة إلى المثلث المتشكل منها، والذي سيسمح لنا بتطوير بعض الخصائص المتعلقة بدائرة النقاط التسع.

من المسائل الأكثر تحديا في الهندسة، المسائل المتعلقة بكيفية إنشاء مثلث محدد بمجرد معرفة ثلاثة أجزاء منه، كمعرفة أطوال المتوسطات، أو معرفة أطوال الارتفاعات، أو معرفة قياس زاويتين بالإضافة إلى الضلع المشترك بينهما. في الفصل التاسع، سيتم عرض عدد من المسائل المتعلقة بالإنشاءات والتي لا تتطلب معرفة نظرية أكثر مما هو موجود في مادة الهندسة للصفوف العليا. المسائل الإنشائية تعد من المسائل الأكثر تحديا في الهندسة الإقليدية، وهي أيضا تتضمن بعض المسائل التي تتحدى عباقرة الهندسة.

المسألة المعروفة بمسألة "أبولونيوس" كانت قد شغلت أجيالا من الرياضيين على مدار التاريخ. في الفصل العاشر، سيتم عرض عددٍ من التطبيقات المتعلقة بإنشاءات الدوائر، والتي تتطلب عددا من الحالات غير العشوائية، كأن تمر الدائرة بنقطة ثابتة، أو أن تمس مستقيما معلوما، أو أن تمس دائرة معينة. هذه الإنشاءات قد تبدو بسيطة في بعض الحالات، ولكنها في حالات أخرى تبدو أكثر تحديا، وهي - كما هو معلوم - محط تركيز الرياضيين في القرنين السابع عشر والثامن عشر.

الهدف من الفصل الأخير يكمن في إيضاح العلاقة بين الهندسة الإقليدية وبين فروع أخرى من الرياضيات. وهذا الفصل يتضمن أعداد فيوناتشي والنسبة الذهبية ويلقي الضوء على تلك العلاقة. هذا الفصل - بكل تفاصيله - يمس طرفاً من موضوع غني جداً في الرياضيات ، وأما الجزء الأخير منه وهو جزء التمارين المكثفة فيُعدّ بداية طريق لاستنتاجات أكثر وأكثر.

## نبذة عن المؤلف

ألفرد بوسمنتير، الأستاذ الجامعي في تعليم الرياضيات، عميد كلية التربية في كلية سيتي الجامعية في نيويورك. كما أنه مؤلف ومؤلف مشارك في العديد من كتب الرياضيات للمدرسين في الخدمة ومدرسي المستقبل ولطلاب المدارس الثانوية. تركز منشوراته على تدريس الرياضيات وحل المسائل وتطوير الموضوعات في الهندسة الإقليدية المتقدمة. هذا الكتاب ثمرة العديد من سنوات الخبرة في العمل مع مدرسي الصفوف العليا لإثراء تدريسهم الهندسي.

حصل الدكتور بوسمنتير على الدكتوراه في تعليم الرياضيات من جامعة فورد هام بعد ست سنوات من تدريس الصفوف العليا والتحق الدكتور بوسمنتير بهيئة التدريس في كلية سيتي، وبعد ذلك بوقت بدأ بتطوير المقررات لمعلمي الرياضيات في المدارس الثانوية. حالياً يشارك الدكتور في العمل مع مجموعة من مدرسي الرياضيات، سواء في الولايات المتحدة أو دولياً؛ ليساعدهم في فهم أفضل الأفكار المقدمة في هذا الكتاب بحيث يمكنهم دمج الأفكار بشكل مريح في برنامجهم التعليمي العادي. كما أنه زميل فخري لدى جامعة ساوث بانك في لندن في إنجلترا. ولقد كان أستاذاً جامعياً في جامعة فينّا، كما كان أستاذاً زائراً لمجموعة من الجامعات الأوروبية منها جامعة فينّا التقنية وجامعة همبولت في برلين.

عرف الدكتور بوسمثير بتدريسه المتميز ، سواء في أوروبا أو الولايات المتحدة. لقد حصل على لقب معلم العام سنة ١٩٩٣ من قبل رابطة خريجي كلية سيتي. كما منح وسام الشرف الكبير عام ١٩٩٧ من مدينة فينّا (النمسا). كما حصل مؤخراً على لقب الأستاذ الجامعي للجامعات النمساوية ١٩٩٩.

بعد أكثر من اثنين وثلاثين عاماً على كلية (CCNY) ، لا يزال الدكتور يتمتع بالحماس والطاقة المتزايدة لقسم الرياضيات وتعليم الرياضيات. وبشكل خاص ، يمكن الشعور بمدى حبه للهندسة في صفحات هذا الكتاب. وبالنظر إلى بعض الموضوعات ، فإنها كثيراً ما تهمل أو تدفع بعيداً عن الأضواء من أجل عدد أكبر من الموضوعات (الجذابة). كما يأمل في إعادة هذه المادة العريقة إلى الواجهة بمساعدة أحدث التقنيات.



## المحتويات

هـ.....	مقدمة المترجم
ز.....	مقدمة المؤلف
ك.....	مدخل
س.....	نبذة عن المؤلف
١.....	الفصل الأول: مراجعة أساسيات الهندسة الإقليدية
١.....	لنسترجع بعض أساسيات ومفاهيم الهندسة الإقليدية
١٨.....	لنتعلم من المغالطات الهندسية
٣٠.....	التسميات الشائعة
٣٢.....	تدريبات
٣٩.....	الفصل الثاني: تلاقي المستقيمات في مثلث
٣٩.....	مقدمة
٤٢.....	نظرية شيفا
٤٩.....	تطبيقات على نظرية شيفا
٥٦.....	نقطة جيرجون
٥٨.....	تدريبات

٦٥	الفصل الثالث : نقاط على استقامة واحدة .....
٦٥	الثبوت .....
٦٧	نظرية منيلوس .....
٧٢	تطبيقات على نظرية منيلوس .....
٧٨	نظرية ديزارغ .....
٨٤	نظرية باسكال .....
٨٩	نظرية براينشون .....
٩٢	نظرية بابوس .....
٩٥	خط سميون .....
١٠٥	المحاور الأساسية .....
١١٤	تدريبات .....
١١٩	الفصل الرابع : نقاط متماثلة في المثلث .....
١١٩	مقدمة .....
١٢٠	نقطة تساوي الزوايا .....
١٢٥	من خصائص المثلثات المتطابقة الأضلاع .....
١٢٨	نقطة المسافة الصغرى .....
١٣٢	تدريبات .....
١٣٥	الفصل الخامس : المزيد من خصائص المثلثات .....
١٣٥	مقدمة .....
١٣٥	منصفات الزوايا .....
١٤٨	نظرية ستوارت .....

١٥٦	..... نظرية مايكل
١٦٣	..... المتوسطات
١٧٧	..... تدريبات
١٨١	..... الفصل السادس : الأشكال الرباعية.
١٨٤	..... مراكز الشكل الرباعي
١٩٠	..... الأشكال الرباعية الدائرية.
١٩٧	..... نظرية بطليموس
٢٠٣	..... تطبيقات على نظرية بطليموس
٢١٥	..... تدريبات
٢١٩	..... الفصل السابع : الدائرة الداخلية والدوائر الخارجية للمثلث
٢١٩	..... نقاط التماس
٢٢٦	..... أنصاف أقطار الدوائر الأربع للمثلث
٢٣٥	..... تدريبات
٢٣٩	..... الفصل الثامن : دائرة النقاط التسع
٢٣٩	..... نبذة حول دائرة النقاط التسع
٢٤٧	..... ارتفاعات المثلث
٢٥٦	..... دائرة النقاط التسع - مرة أخرى
٢٦٠	..... تدريبات
٢٦٣	..... الفصل التاسع : إنشاءات المثلث
٢٦٣	..... مقدمة
٢٧٥	..... بعض الإنشاءات المختارة للمثلث
٣٠٢	..... تدريبات

٣٠٥	الفصل العاشر: إنشاءات الدائرة
٣٠٥	مقدمة
٣٠٥	مسألة أبولنيوس
٣٢٠	تدريبات
٣٢٧	الفصل الحادي عشر: النسبة الذهبية وأعداد فيوناتشي
٣٢٧	النسبة الذهبية
٣٣٣	أعداد فيوناتشي
٣٤٤	أعداد لوكاس
٣٥٠	أعداد فيوناتشي وأعداد لوكاس في الهندسة
٣٥٦	المستطيل الذهبي - مرة أخرى
٣٦٣	المثلث الذهبي
٣٦٧	تدريبات
٣٧٧	ثبت المصطلحات
٣٧٧	أولا: عربي - إنجليزي
٣٨٥	ثانيا: إنجليزي - عربي
٣٩٣	كشاف الموضوعات