



المدخل إلى الدوال الحقيقية

تأليف

رالف بواس

أستاذ الرياضيات - بجامعة نورث وسترن

ترجمة

الدكتور صالح عبدالرحمن القويز

قسم العلوم الرياضية - كلية العلوم

جامعة البترول والمعادن

الظهران - المملكة العربية السعودية

الدكتور عبدالله محمد الراشد

قسم الرياضيات - كلية العلوم

جامعة الملك سعود

الرياض - المملكة العربية السعودية

الناشر: عمادة شؤون المكتبات - جامعة الملك سعود

ص. ب. ٢٢٤٨٠ - الرياض - ١١٤٩٥ - المملكة العربية السعودية

© الترجمة العربية ١٩٨٧م جامعة الملك سعود

جميع حقوق الطبع محفوظة. غير مسموح بطبع أي جزء من أجزاء هذا الكتاب، أو تخزينه في أي نظام لحزن المعلومات واسترجاعها، أو نقله على أية هيئة أو بآية وسيلة سواء كانت إلكترونية أو شرائط ممغنطة أو ميكانيكية، أو استنساخاً، أو تسجيلاً، أو غيرها إلا بإذن كتابي من صاحب حق الطبع.
الطبعة الأولى ١٤٠٧هـ - (١٩٨٧م).
(عن الطبعة الإنجليزية الثانية الصادرة في عام ١٩٧٢م)

٥١٧

ب ر م بواس، رالف

المدخل إلى الدوال الحقيقية / تأليف رالف بواس

ترجمة عبدالله محمد الراشد، صالح عبدالرحمن القويز

١ - التفاضل والتكامل ٢ - الرياضيات

١ - الراشد، عبدالله محمد ب - القويز، صالح عبدالرحمن

ج - العنوان

© This is an authorized Arabic translation of the book entitled:

- A Primer of Real Functions -
"Second edition 1972"

By Ralph Boas

Published by:
"The Mathematical Association of America"

مطابع جامعة الملك سعود - ١٤٠٧هـ



صف الحروف من قبل شركة بيكاسه انتركونتيننتال، هولندية

مقدمة الترجمة

انطلاقاً من إيماننا العميق بوجود إثراء المكتبة العربية، خصوصاً قسمها العلمي، بكل ما هو مفيد، فلقد قمنا بترجمة هذا الكتاب المتعلق بالبنية الأساسية في الدوال الحقيقية راجين أن نكون قد وفقنا ولو بعض الشيء، لما نصبوا إليه.

وتجدر الإشارة إلى أنه من مميزات هذا الكتاب، صيغته الوصفية السلسة التي حاولنا جهداً إبقاءها أثناء الترجمة. كذلك لقد تميز عن غيره من الكتب التي في مستواه بخروجه عن الأسلوب المعتاد في عرض المادة حيث حاول المؤلف إعطاء أغلب المفاهيم المعروضة تصوراً هندسياً مما سهل مهمة القارئ بالإضافة إلى إعطائه بعض التطبيقات المناسبة، كلما سنحت الفرصة، مما أضفى على الكتاب طابعاً وتعداً مميّزاً.

ربيع أول ١٤٠٤ هـ

المرجمان

مقدمة المؤلف

١ - إلى المبتدئ: في هذا الكتيب قدمت بعض المفاهيم والطرق المتعلقة بالمتغيرات الحقيقية، واستخدمنا هذه المفاهيم في الحصول علي بعض النتائج الشيقة. لم يكن الهدف إعطاء كل ماهو معروف عن هذا الموضوع وبأعم صورة ممكنة. الهدف هو التعمق المعقول في بعض المواضيع بأقل قدر ممكن من المصطلحات الخاصة. آمل أن أكون قد نجحت في المحافظة على جاذبية الموضوع التي كانت مرافقة له في أيامه الأولى وفقدناها إلى حد كبير الآن. أرجو أن يساعد هذا الكتاب القارئ على مواصلة القراءة في أمهات الكتب المتوفرة بشكل جيد.

لايحتاج المرء لقراءة هذا الكتاب على أكثر من مبادئ حساب التفاضل والتكامل. على العموم، قدمت المفاهيم بصورة مفصلة وبعمق تدريجي ومن يجد صعوبة في متابعتها بإمكانه الانتقال إلى الجزء التالي.

بما أن هذا ليس له صبغة الكتب المقررة وإنما هو على شاكلة محاضرات عامة فلم أحاول على الدوام المحافظة على التوازن بين البراهين المفصلة والمناقشة العامة، أو على الترتيب المنطقي للمادة المعروضة.

جميع العبارات مثل «من الواضح»، «من السهل» وخلافها تعني أنه يفترض أن تكون الجملة المعنية جلية وبإمكان القارئ أن يبرهن صحتها ونحن ندعو لذلك. ومن جهة أخرى، فالعبارة «من الممكن إثبات . . .» تعني إما صعوبة البرهان أو أنه

يعتمد على مفاهيم لم نتطرق لها هنا. وبالتالي فمن المستحسن ألا يحاول القارئ إعطاء البرهان بنفسه.

عند كتابة التعاريف استخدمت «إذا» حيث من المفروض استعمال «إذا وإذا فقط». على سبيل المثال إذا كانت المجموعة محدودة من أسفل ومن أعلى فإنها تسمى محدودة. يجب أن يفهم هذا التعريف على إنه يتضمن العبارة الإضافية «وإذا لم تكن محدودة من أعلى ومن أسفل فإنها لا تسمى محدودة».

يحتوى الكتاب على العديد من التمارين بعضها لتوضيح المادة والبعض الآخر جزء أساسي من الكتاب. التمرين الذى يرد ذكره كمنطوق لفرضية يجب تفسيره على أنه طلب لإثباتها. حلول جميع التمارين معطاة في نهاية الكتاب.

المقاطع المكتوبة بخط صغير تعني إما مواد إضافية أو أسئلة صعبة. أعتذر مقدماً عن أى خطأ يلاحظه القارئ النبیه. لم أقصد أيّاً من هذه الأخطاء ولكن العثور عليها وتصحيحها يمثل تمريناً جيداً للقارئ.

٢ - إلى المتخصص: الكتاب غير مقصود للمتخصصين على الإطلاق، حيث إن هذه الجملة ستؤخذ كدعوة لقراءته، فسوف أوضح ما حاولت أن أعمله وما لم أحاول. لقد حاولت إعطاء القارئ الذى ليس لديه خلفية مسبقة عن الموضوع بعض النتائج التى أراها شيقة. لتحقيق هذا عرضت المادة الضرورية لتقديم هذه النتائج بالإضافة إلى بعض المواد المناسبة وغير الصعبة، بما أن الكتاب غير شامل لم أحاول تقديم أي مفهوم أو أي رمز مهما كان مهماً أو مناسباً إذا لم تدع الحاجة إليه. لقد حذف موضوع التكامل على مضمض لكثرة ما يحتاجه من التفاصيل قبل التمكن من الوصول إلى النتائج المرغوبة.

بما أن الكتاب ليس له صبغة الكتاب المقرر لم يكتب بالطريقة المعتادة بالإضافة إلى أن الأسلوب مطول وقد استعملنا بديهية الاختيار (Axiom of choice) عدة مرات بدون ذكرها حيث إن هذا ليس مكاناً لمناقشة الأسئلة الفلسفية، وعلى كل حال ففي ضوء نتائج جودل (Godel) فإن افتراض بديهية الاختيار لن يسبب أي إشكال أكثر مما سببته. ومن جهة أخرى وحسب عمل كوهين الحديث، فبافتراض بديهية الاختيار بدلاً من نقيضها فإننا نختار نوعاً من الرياضيات بدلاً من

ط

النوع الآخر، مثلاً رياضيات زرميلو بدلاً من خلافها. من هذا الاتجاه لاداعي لاجتناب بديهية الاختيار متى كان من الطبيعي استعمالها حتى في الحالات التي يعرف إمكانية تجنبها.

٣ - يعرب المؤلف عن شكره الجزيل لكل من ساهم في مراجعة وتصحيح هذا الكتاب.

رالف بواس

المحتويات

الفصل الأول: المجموعات

الصفحة	
١	١ - المجموعات
٤	٢ - مجموعات الأعداد الحقيقية
٧	٣ - المجموعات القابلة وغير القابلة للعد
١٨	٤ - الفضاءات المترية
٢٢	٥ - المجموعات المفتوحة والمغلقة
٣٣	٦ - المجموعات الكثيفة والمخلخلة
٣٩	٧ - التراص
٤٥	٨ - التقارب والكمال
٥٣	٩ - المجموعات المتداخلة ونظرية بير (Baire)
٥٧	١٠ - بعض التطبيقات على نظرية بير (Baire)
٦٢	١١ - المجموعات التي مقياسها صفر

الفصل الثاني : الدوال

الصفحة

٦٥ الدوال	١٢ -
٦٩ الدوال المتصلة	١٣ -
٧٤ خواص الدوال المتصلة	١٤ -
٨٤ النهايات العظمى والصغرى	١٥ -
٨٧ متتاليات من الدوال	١٦ -
٩٠ التقارب المنتظم	١٧ -
١٠٠ النهايات النقطية لدوال مستمرة	١٨ -
١٠٣ تقريب الدوال المستمرة	١٩ -
١٠٨ الدوال الخطية	٢٠ -
١١٣ التفاضلات	٢١ -
١٢٧ الدوال المطردة	٢٢ -
١٤٠ الدوال المحدبة	٢٣ -
١٤٧ الدوال القابلة للتفاضل من جميع الرتب	٢٤ -
١٥٥ الحواشي	
١٦٩ حلول التمارين	